МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Сыктывкарский лесной институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С. М. Кирова»

Кафедра автоматизации технологических процессов и производств

О. Н. Тер-Барсегов, С. М. Кочергин

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Учебное пособие

Утверждено учебно-методическим советом Сыктывкарского лесного института в качестве учебного пособия для студентов направлений бакалавриата 240100 «Химическая технология и биотехнология», 241000 «Энерго- и ресурсосберегающие процессы в химической технологии, нефтехимии и биотехнологии», специальности 240406 «Технология химической переработки древесины» всех форм обучения

Сыктывкар
СЛИ
2013

УДК 66.02
ББК 35.11
Т35

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Сыктывкарского лесного института

Ответственный редактор:
Е. Ю. Сундуков, к. э. н., доцент, завкафедрой автоматизации технологических процессов и производств Сыктывкарского лесного института

Рецензент:
Н. А. Секушин, кандидат физико-математических наук, ст. научный сотрудник
(Институт химии Коми НЦ УрО РАН)

Тер-Барсегов, О. Н.
Т35 **Системы управления химико-технологическими процессами** : учебное пособие / О. Н. Тер-Барсегов, С. М. Кочергин ; Сыкт. лесн. ин-т. – Сыктывкар : СЛИ, 2013. – 56 с.
ISBN 978-5-9239-0504-5

Учебное пособие содержит материал, необходимый для успешного освоения данной учебной дисциплины. Может быть использовано при самостоятельном изучении курса и подготовке к занятиям студентами указанных направлений бакалавриата и специальности.

УДК 66.02
ББК 35.11

Темплан 2013 г. Изд. № 10.

ISBN 978-5-9239-0504-5

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ УПРАВЛЕНИЯ 6
1.1 Основные понятия управления 6
1.2 Характеристика производства как объекта управления 7
1.3 Задачи управления производством 7
ГЛАВА 2. АВТОМАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ 9
2.1 Классификация автоматических систем управления 9
2.1.1 Основные определения 9
2.1.2 Основные типы автоматических систем управления 9
2.2 Характеристика и методика исследования автоматических систем управления 11
2.2.1 Математическое описание элементов автоматических систем управления 11
2.2.2 Частотные характеристики 18
2.2.3 Типовые звенья автоматических систем управления 22
2.2.4 Соединение звеньев 28
2.2.5 Устойчивость автоматических систем управления 31
2.2.6 Исследование аналоговых автоматических систем управления 35
2.3 Нелинейные автоматические системы управления 45
2.4 Дискретные автоматические системы управления 48
2.5 Оптимальные автоматические системы управления 51
2.6 Адаптивные автоматические системы управления 53
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК 55

ВВЕДЕНИЕ

Повышение единичной мощности технологического оборудования целлюлозно-бумажных производств в значительной мере предопределяет современную автоматизацию, которая способствует росту производительности труда и коренным образом меняет роль человека в процессе производства продукции. Переход на принципиально новые автоматизированные системы управления производственными процессами с использованием средств вычислительной техники является одним из главных путей интенсификации целлюлозно-бумажных производств и эффективного использования трудовых ресурсов.

На современных целлюлозно-бумажных производствах технологические процессы почти полностью механизированы и в значительной степени автоматизированы. Под механизацией в промышленном производстве обычно понимают применение машин и специальных устройств и приспособлений, заменяющих физический труд человека. Так, для подачи щепы в варочный котёл используют механические и пневмомеханические транспортёры, для перемещения запорных и регулирующих органов (клапанов, задвижек) – электроприводы и т. п.

В механизированном производстве человеку приходится непрерывно управлять включением и выключением машин, механизмов и устройств и наблюдать за их работой. Под автоматизацией механизированного производства подразумевают автоматизированное или автоматическое управление машинами, механизмами и устройствами и автоматический контроль за их работой без участия человека или при ограниченном его участии. Основными функциональными этапами автоматизации технологических процессов целлюлозно-бумажных производств являются:

– автоматический контроль (измерение) текущих значений параметров технологического процесса;

– автоматическая технологическая сигнализация о состоянии основного и вспомогательного оборудования;

– автоматическая защита основного и вспомогательного оборудования от аварийных повреждений в процессе эксплуатации;

– дистанционное управление, или управление машинами, механизмами и устройствами на расстоянии;

– автоматическое непрерывное регулирование технологических процессов и управление основными и вспомогательными установками;

– автоматическое дискретное (прерывистое) управление, обеспечивающее включение или отключение регуляторов, машин, механизмов и устройств в заданной последовательности.

В программах экономического развития страны уделяется большое внимание необходимости создания новых поколений целлюлозно-бумажных производств с широким применением промышленных роботов (автоматических манипуляторов) и встроенных автоматических систем управления с использованием микропроцессоров, а также автоматизированных цехов и заводов, внедрения автоматизированных систем в проектирование оборудования и систем автоматизации, разработки и ввода в эксплуатацию интегрированных производственных комплексов.

Применение современных автоматизированных систем управления значительно способствует повышению надёжности и экономичности работы оборудования целлюлозно-бумажных производств, а также наилучшему решению насущных экологических проблем по обеспечению жизнедеятельности людей на производстве. Автоматизация целлюлозно-бумажных производств и создание для них автоматизированных систем управления полностью соответствует общему направлению и перспективам развития мирового и отечественного научно-технического прогресса.

ГЛАВА 1. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ УПРАВЛЕНИЯ

1.1 Основные понятия управления

Управление каким-либо объектом – это процесс воздействия на него с целью обеспечения требуемого хода процессов в объекте или необходимого изменения его состояния. Основой управления является получение и обработка информации о состоянии объекта и внешних условиях его работы для определения воздействий, которые необходимо приложить к объекту, чтобы обеспечить достижение цели управления.

Система, в которой осуществляется процесс управления, называется системой управления. Любую систему управления можно представить совокупностью объекта управления и управляющего устройства.

Объект управления может принадлежать как к неживой природе, в частности, быть техническим устройством, так и к живой природе. В свою очередь, само управление также может осуществляться как человеком, так и техническим устройством. Общая теория управления, охватывающая как неживую, так и живую природу, является предметом науки кибернетики. Управление, осуществляемое без участия человека, называется автоматическим управлением. Управление технологическими объектами базируется на теории автоматического управления, являющейся частью кибернетики.

Состояние объекта характеризуется выходной (регулируемой) величиной. В общем случае выходных величин несколько, и тогда состояние объекта характеризуется вектором, координатами которого являются отдельные выходные величины. От управляющего устройства на вход объекта поступает управляющее воздействие. Помимо этого к объекту приложено также возмущающее воздействие, которое изменяет состояние объекта, препятствуя управлению. На вход управляющего устройства подаётся задающее воздействие, содержащее информацию о цели управления.

Управлять объектом – значит вырабатывать управляющее воздействие с таким расчётом, чтобы регулируемая величина изменялась по требуемому закону с определённой точностью независимо от действия на объект возмущающих воздействий. Системы управления, обеспечивающие равенство регулируемой величины и задающего воздействия, называются системы регулирования.

Автоматизированные системы управления (АСУ) – это человеко-машинные системы, в которых часть функций выполняется человеком, а часть – автоматическими устройствами. АСУ базируются на экономико-математических методах и вычислительной технике.

1.2 Характеристика производства как объекта управления

На производственном предприятии происходит сложный процесс превращения сырья и материалов в готовую продукцию. Осуществление этого процесса требует выполнения ряда разнообразных функций, совокупность которых принято называть производственно-хозяйственной деятельностью предприятия. Основными производственно-хозяйственными функциями являются: производство готовой продукции, вспомогательного оборудования, инструментов; выполнение ремонтных работ; техническая подготовка производства; материально-техническое обеспечение; организационно-трудовая подготовка производства; финансово-бухгалтерская деятельность; реализация готовой продукции.

Центральным звеном предприятия служит основное производство, где осуществляется процесс получения готовой продукции. Производственный процесс представляет собой совокупность технологических процессов, которые в свою очередь состоят из технологических операций.

Структура и тип производственного предприятия определяется типом основных технологических процессов. Различают непрерывные, дискретные и дискретно-непрерывные производства. В целлюлозно-бумажной промышленности большинство технологических процессов являются непрерывными.

Объединение всех технологических процессов производства готовых продуктов называется технологией производства, а связь между технологическими процессами или операциями – технологической схемой. Совокупность параметров всех технологических процессов представляет собой технологический режим. Целью технологического процесса является получение готового продукта с заданными свойствами путём изменения технологического режима.

1.3 Задачи управления производством

Производственное предприятие как система управления состоит из управляющей и управляемой подсистем, связанных между собой каналами передачи информации. Цель управления предприятию в целом задаётся вышестоящей организацией в виде основных плановых и технико-экономических показателей. Для осуществления производственных функций предприятию выделяются трудовые, финансовые и материальные ресурсы. Величина каждого вида ресурсов ограничена. В рамках этих ограничений предприятие может маневрировать ресурсами, распределяя их между подразделениями с целью достижения наилучших технико-экономических результатов.

Сложные системы управления строятся, как правило, по иерархическому принципу. В зависимости от структуры предприятия в производственной системе можно выделить два уровня управления. Нижний уровень иерархии состоит из систем управления технологическими процессами, верхний – из системы управления предприятием.

Задачу управления технологическим процессом можно сформулировать следующим образом: найти такое состояние технологического процесса (технологический режим) и такое управляющее воздействие, которые удовлетворяют цели управления при заданных ограничениях.

Система управления предприятием относится к организационно-экономическим системам управления. Цель управления заключается в организации системного функционирования цехов для выпуска готовой продукции в заданном количестве при заданных технико-экономических систем от систем управления технологическими процессами состоит в характере объекта управления. Если в системах управления технологическими процессами объектом управления служит отдельный технологический процесс, то в организационно-экономических системах – это коллективы людей, взаимодействующие с технологическим оборудованием, а также осуществляющие технологическую подготовку производств. Основой функционирования организационно-экономических систем являются экономические и социальные законы.

Контрольные вопросы

1. Что понимают под управлением?
2. В чём заключается сущность автоматического управления?
3. Какие основные элементы имеет система управления?
4. Что такое автоматизированная система управления?
5. Охарактеризуйте производство с позиций объекта управления.
6. Сформулируйте задачу управления технологическим процессом.
7. В чём главное отличие организационно-экономических систем от систем управления технологическими процессами?

ГЛАВА 2. АВТОМАТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ

2.1 КЛАССИФИКАЦИЯ АВТОМАТИЧЕСКИХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

2.1.1 Основные определения

Техническое устройство, с помощью которого осуществляется автоматическое управление объектом, называется *управляющим устройством*. Совокупность объекта управления и управляющего устройства образует автоматическую систему управления, функциональная схема которой, приведена на рис. 1.

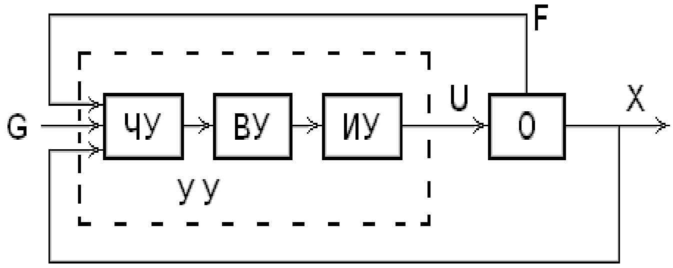


Рис. 1. Функциональная схема САУ

Состояние объекта управления **О** характеризуется выходной величиной **X**. В общем случае выходных величин несколько и тогда состояние объекта характеризуется вектором $\overline{X}$, координатами которого являются отдельные выходные величины. От управляющего устройства **УУ** на вход объекта поступает управляющее воздействие **U**.

Помимо управляющего воздействия к объекту приложено также возмущающее воздействие (помеха) **F**. На вход управляющего устройства подаётся задающее воздействие **G**, содержащее информацию о цели управления.

Управляющее устройство **УУ** состоит из чувствительного устройства **ЧУ**, вычислительного устройства **ВУ** и исполнительного устройства **ИУ**. Чувствительные устройства служат для измерения переменных **X**, **G**, **F**. Вычислительное устройство реализует алгоритмы работы управляющего устройства, соответствующим образом перерабатывая входную информацию. Исполнительные устройства предназначены для непосредственного управления объектом, т. е. изменения его состояния.

2.1.2 Основные типы автоматических систем управления

В общем случае на управляющее устройство поступают три вида информации: информация о величине **G**, задающей цель управления, информация о **F**

– возмущениях, нарушающих режим работы объекта. Однако возможны САУ, в которых используется лишь часть информации. При этом в зависимости от видов используемой информации различают два основных типа САУ – разомкнутые и замкнутые.

В разомкнутых САУ выходная величина объекта **X** не измеряется. Разомкнутыми также системы называются потому, что в них отсутствует обратная связь между выходом объекта и входом управляющего устройства. Возможны разомкнутые САУ, в которых управляющее устройство использует только одно задающее воздействие **G**, одно возмущение **F** и, наконец, оба эти сигнала.

В первом варианте разомкнутой САУ управление осуществляется по задающему воздействию. Точность соответствия между **X** и **G** при этом целиком определяется постоянством параметров системы, поэтому такие системы пригодны при стабильных параметрах системы и невысоких требованиях к точности.

Вторым вариантом разомкнутой САУ являются системы управления по возмущению, или системы автоматической компенсации. Такие системы применяются, когда задача управления сводится к стабилизации выходной величины **X**.

Система управления по задающему и возмущающему воздействиям является наиболее полным видом разомкнутой САУ. В этом случае управление осуществляется в функции двух величин **G** и **F**.

Разомкнутые САУ имеют невысокою точность управления, во первых вследствие невозможности охватить компенсацией все возмущения, действующие на систему, и, во вторых, из-за изменения во времени параметров системы.

В замкнутых САУ на вход управляющего устройства подаются задающее воздействие **G** и выходная величина объекта **X**. В такой САУ управляющее устройство стремиться ликвидировать все отклонения **X** от задания **G** независимо от причины их возникновения. Замкнутые САУ называются системами с обратной связью, или системами управления по отклонению. Эти САУ обеспечивают высокую точность управления.

Комбинированные САУ представляют собой объединение в одну систему замкнутой системы управления по отклонению и разомкнутой по внешнему воздействию.

Частным видом САУ являются автоматические системы регулирования (**АСР**). **АСР** – это САУ, обеспечивающая равенство **X** и **G** (**X** = **G**). В зависимости от характера задающего воздействия АСР делятся на три вида: системы стабилизации, системы программного регулирования и следящие системы.

В системах стабилизации задающее воздействие постоянно, в системах программного регулирования оно изменяется по заранее заданному закону, в следящих системах оно тоже изменяется по заранее заданному закону, в следящих системах оно тоже изменяется, но закон изменения заранее не известен. Управляющее устройство в АСР называется *регулятором*, а выходная величина – *регулируемой величиной*.

По виду характеристик САУ делятся на *линейные* и *нелинейные*. Линейные системы описываются линейными уравнениями, а нелинейные – нелинейными.

Для линейных систем справедлив принцип суперпозиции, согласно которому реакция системы на любую комбинацию внешних воздействий равна сумме реакций на каждое из этих воздействий порознь. Для упрощения исследования нелинейных систем производится их линеаризация, т. е. приближённое описание их линейными уравнениями.

САУ бывают *стационарными* и *нестационарными*. Стационарной называется система, все параметры которой не изменяются во времени. Нестационарная система – это система с переменными параметрами. Коэффициенты математической модели нестационарной системы являются функциями времени. Пример нестационарной системы – САУ ракетой, масса которой изменяется вследствие расхода топлива.

В зависимости от характера действия составляющих систему звеньев САУ делятся на непрерывные и дискретные. *Непрерывная* система состоит из звеньев непрерывного действия, т. е. звеньев, выходная величина которых изменяется плавно при плавном изменении входной величины. *Дискретная* САУ содержит хотя бы одно звено релейного действия, когда ступенчатые изменения выходной величины происходят при прохождении входной величины определенных пороговых значений, или импульсного, когда ступенчатые изменения происходят через определённый интервал времени.

Оптимальные САУ – это системы, в которых обеспечено оптимальное значение какого-либо показателя качества работы системы, называемого критерием оптимальности. *Адаптивные*, или самоприспосабливающиеся, системы обладают способностью приспосабливаться к изменению внешних условий работы.

2.2 Характеристика и методика исследования автоматических систем управления

Целью теории автоматического управления является решение задачи анализа системы и задачи её синтеза. В первом случае имеется готовая система и требуется определить её свойства; во втором – наоборот, задаются свойства, которыми должна обладать система, и необходимо создать систему, удовлетворяющую этим требованиям. Исследование САУ в обоих случаях включает математическое описание системы и анализ поведения системы в статическом и динамическом режимах.

2.2.1 Математическое описание элементов автоматических систем управления

Математическое моделирование – один из методов технической кибернетики, являющейся наукой, изучающей системы, способные воспринимать, хранить и перерабатывать информацию. Методы математического моделирования позволяют описывать одинаковыми формулами различные по своей природе процессы. Эффективность использования математических моделей определяется тем, насколько правильно они отражают количественные и качественные характеристики моделируемых объектов, т. е. адекватностью моделей. Метод математического моделирования дополняет метод физического моделирования возможностью количественной априорной оценки исследуемых явлений.

Различают математические модели статические и динамические. *Статической моделью* называется зависимость выходного параметра от входного в установившемся режиме. Статические модели описываются алгебраическими уравнениями. *Динамические модели* изображают закон изменения выходного параметра во времени при изменении входного воздействия. Динамические модели описываются в виде дифференциальных уравнений.

Если переменные объекта изменяются только во времени, то модели, описывающие свойства такого объекта, называются моделями с сосредоточенными параметрами. Модели объектов, переменные которых изменяются как во времени, так и по координатам аппарата, называются моделями с распределёнными параметрами. Динамические характеристики объектов с сосредоточенными параметрами описываются обыкновенными дифференциальными уравнениями, а с распределёнными – дифференциальными уравнениями в частных производных.

Различают три метода математического моделирования: аналитический, экспериментальный и экспериментально-аналитический.

Аналитический метод основан на количественной и качественной оценках процессов, происходящих в моделируемом объекте. Аналитические модели базируются на общих физических законах и механизмах процессов, происходящих в объекте. При составлении аналитических моделей не требуется проведения экспериментов на объекте. Это свойство позволяет использовать аналитический метод моделирования ещё на стадии проектирования.

Экспериментальные методы моделирования делятся на *активные* и *пассивные*. При активных методах на вход исследуемого объекта подаются сигналы определённого вида и фиксируются изменения выходных переменных. Полученные экспериментальные данные аппроксимируются аналитическими математическими моделями. При пассивных методах используются статистические приёмы обработки экспериментальных данных, полученных в процессе нормальной эксплуатации исследуемого объекта.

При использовании ***экспериментально-аналитического метода*** вначале составляется аналитическая модель объекта, а в дальнейшем проводятся эксперименты на конкретном объекте с целью определения коэффициентов уравнений.

Аналитические модели. В качестве примера аналитического моделирования выведем уравнение ёмкости как объекта регулирования уровня. Расчётная схема ёмкости приведена на рис. 2. Составим уравнение материального баланса. Количество жидкости, находящейся в объёме ёмкости, равно разности расходов со стороны притока и стока

$$G = (G_{ПР} - G_{СТ}) \cdot t\,, \tag{2.1}$$

где **G** – количество жидкости в объёме ёмкости, **м^3**; $\mathbf{G_{ПР}}$, $\mathbf{G_{СТ}}$ – расходы жидкости на притоке и стоке соответственно, **м^3/с**; **t** – время, **с**.

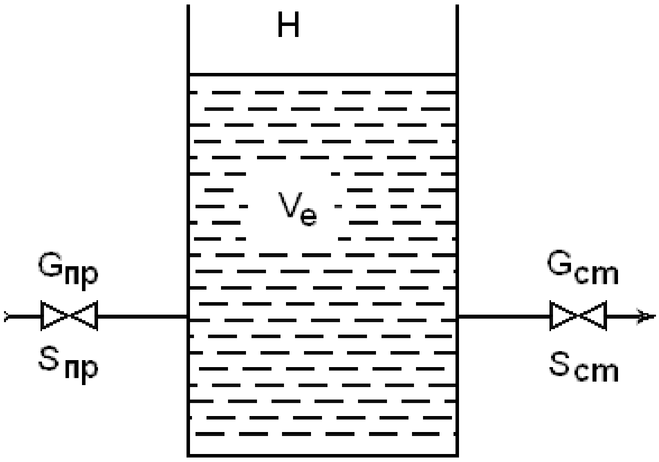


Рис. 2. Расчётная схема ёмкости

Продифференцировав по **t**, получим

$$\frac{d\,G}{d\,t} = G_{ПР} - G_{СТ}\,. \tag{2.2}$$

Запишем уравнение (2.2) в приращениях

$$\frac{d\,\Delta G}{d\,t} = \Delta\,G_{ПР} - \Delta\,G_{СТ}\,. \tag{2.3}$$

Уравнение (2.3) – дифференциальное уравнение материального баланса.

Выразим члены уравнения (2.3) через технологические параметры и конструктивные размеры ёмкости.

Объёмное количество жидкости в ёмкости равно

$$G = V_E = HF_E\,, \tag{2.4}$$

где V_E – объём части ёмкости, занятой жидкостью, м^3; H – уровень жидкости в ёмкости, м; F_E – сечение ёмкости, м^2.

Поскольку F_E= const, то в приращениях уравнение (2.4) можно записать в виде

$$\Delta\,G = F_E\;\Delta\,H\,. \tag{2.5}$$

Расход жидкости на притоке зависит от степени открытия клапана и от перепада давления на нём. Полагая давление перепад клапаном постоянным, можно записать

$$G_{ПР} = G_{ПР}\;(\,S_{ПР}, H\,)\,, \tag{2.6}$$

где $S_{ПР}$ – степень открытия клапана на притоке.

Разлагая зависимость (2.6) в ряд Тейлора и ограничиваясь линейным приближением, т. е. отбрасывая члены высшего порядка малости в приращениях, получим

$$\Delta G_{ПР} = K_1\;\Delta\,S_{ПР} - K_2\;\Delta\,H\,, \tag{2.7}$$

где коэффициенты пропорциональности определяются из статических характеристик объекта в соответствии с выражениями

$$K_1 = \left|\frac{\partial\, G_{ПР}}{\partial\, S_{ПР}}\right|;\, K_2 = \left|\frac{\partial\, G_{ПР}}{\partial\, H}\right|. \tag{2.8}$$

Знак минус в уравнении (2.7) означает, что с увеличением уровня H расход $G_{ПР}$ уменьшается. Рассуждая аналогично, для изменения расхода жидкости на стоке можно записать

$$G_{CT} = G_{CT}\,(S_{CT}, H), \tag{2.9}$$

где S_{CT} – степень открытия клапана на стоке. При этом полагаем, что давление после клапана на линии стока постоянно

$$G_{CT} = K_3 \Delta S_{CT} + K_4 \Delta H, \tag{2.10}$$

где

$$K_3 = \left|\frac{\partial\, G_{CT}}{\partial\, S_{CT}}\right|;\, K_4 = \left|\frac{\partial\, G_{CT}}{\partial\, H}\right|; \tag{2.11}$$

K_3, K_4 – частные производные G_{CT} по соответствующим параметрам, определяемые из статических характеристик.

Зависимость расходов на притоке и стоке от уровня в соответствии с уравнениями (2.6) и (2.9) указывает на то, что данный объект обладает свойством самовыравнивания на притоке и стоке. Самовыравнивание – свойство объекта самостоятельно приходить к новому установившемуся состоянию после нанесения возмущения.

Подставляя значения ΔG, $\Delta G_{ПР}$, ΔG_{CT} из уравнений (2.5), (2.7), (2.10) в уравнение (2.3), получим

$$F_E \frac{d\Delta H}{dt} = K_1 \Delta S_{ПР} - K_2 \Delta H - K_3 \Delta S_{CT} - K_4 \Delta H\,. \tag{2.12}$$

После приведения подобных, переноса ΔH в левую часть и деления всех членов на коэффициент при ΔH, получим

$$\frac{F_E}{K_2 + K_4}\frac{d\,\Delta H}{d\,t} + \Delta H = \frac{K_1}{K_2 + K_4}\Delta S_{ПР} - \frac{K_3}{K_2 + K_4}\Delta S_{CT}, \tag{2.13}$$

или

$$T\frac{d\,H}{d\,t} + H = K_y \Delta S_{ПР}, \tag{2.14}$$

где $T = \dfrac{F_E}{K_2 + K_4}$ – постоянная времени ёмкости, с; $K_{у} = \dfrac{K_1}{K_2 + K_4}$, $K_{В} = \dfrac{K_3}{K_2 + K_4}$ – коэффициенты усиления ёмкости по каналам управления и возмущения.

Уравнение (2.14) – дифференциальное уравнение ёмкости в приращениях.

Предположим для определённости, что управление осуществляется с помощью клапана на притоке, а нагрузка (возмущение) задаётся с помощью клапана на стоке. Тогда K_y и K_B – коэффициенты усиления относительно управляющего и возмущающего воздействий соответственно.

Конечной целью математического описания является построение структурной схемы объекта. Для этого перейдём к символической форме записи уравнения (2.14). Положим $\frac{d}{dt} = p$ и для упрощения отбросим знак Δ. Тогда получим

$$(T\,p+1)\,H = K_y S_{ПР} - K_B S_{СТ}\,, \tag{2.15}$$

отсюда

$$H = K_y\, S_{ПР}(1-e^{-1}) = 0,63\,K_y S_{ПР}\,. \tag{2.16}$$

В соответствии с выражением (2.16) строим структурную схему ёмкости (рис. 3).

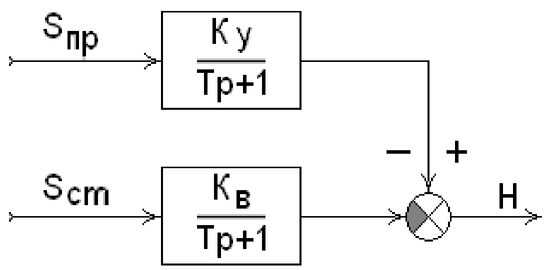


Рис. 3. Структурная схема ёмкости

Экспериментальные модели. Определение характеристик объектов по данным экспериментальных исследований называется идентификацией. Экспериментальный метод определения динамических характеристик объекта заключается в снятии переходных функций и аппроксимации их решением дифференциального уравнения.

Переходные характеристики – одна из форм описания динамических свойств САУ. Эти характеристики могут быть сняты экспериментально или построены по уравнению звена.

Переходная, или временная, характеристика звена представляет собой реакцию на выходе звена, вызванную подачей на его вход единичного ступенчатого воздействия. На рис. 4, а приведены три различных вида переходных характеристик, соответствующих различным типам звеньев.

Переходная характеристика обозначается **h(t)**. Единичное ступенчатое воздействие обозначается **1(t)** и может быть задано в виде

$$\mathbf{1(t)} = \begin{cases} 0 \quad при \quad t < 0, \\ 1 \quad при \quad t \geq 0. \end{cases} \tag{2.17}$$

Наряду с переходной характеристикой применяется импульсная переходная (временная) характеристика, или весовая функция. Эта характеристика представляет собой реакцию звена на единичный импульс. Единичный импульс, или дельта-функция – это импульс, площадь которого равна единице при длительности, равной нулю, и высоте, равной бесконечности. На рис. 4, б изображены типичные формы импульсных переходных характеристик.

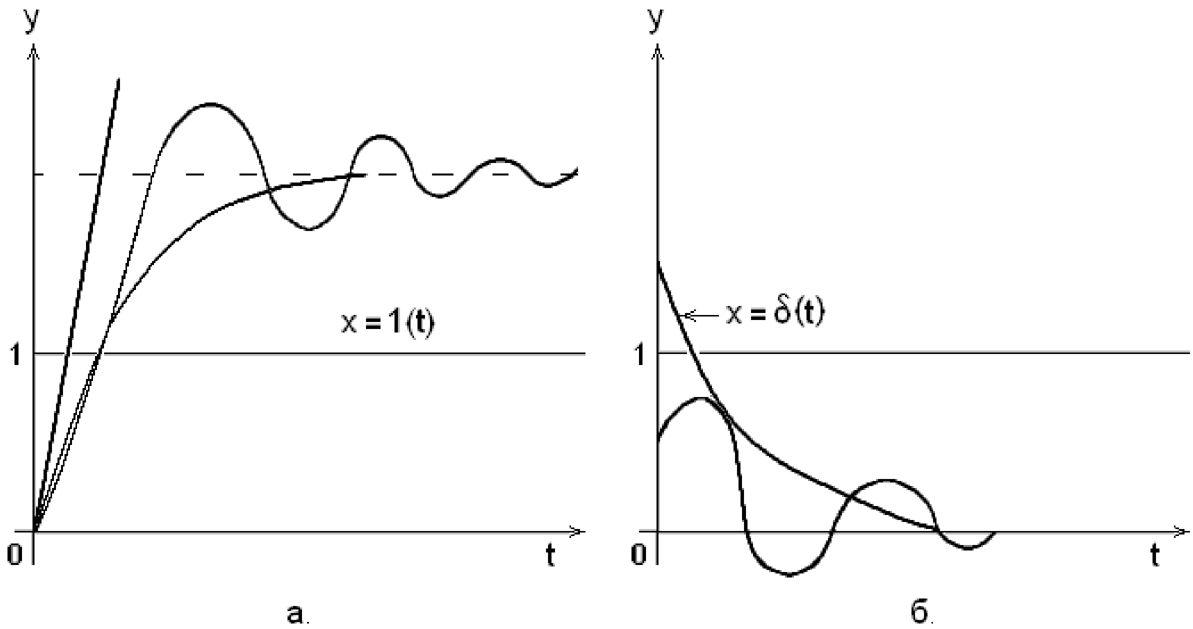


Рис. 4. Переходные характеристики

Импульсная переходная характеристика обозначается ω(*t*), единичный импульс – δ(*t*). Математически дельта-функцию можно записать так:

$$\boldsymbol{\delta}\mathbf{(t)} = \begin{cases} \infty \quad при \quad t = 0 \;\; ; \\ 0 \quad при \quad t \,\langle\rangle\, 0 \, , \end{cases} \tag{2.18}$$

при этом, согласно определению,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)\, dt = 1 \, . \tag{2.19}$$

Между переходной и весовой функциями существует однозначная зависимость

$$\omega(t) = h^{/}(t)\, , \tag{2.20}$$

$$h(t) = \int_{0}^{t} \omega(t)\, dt \, . \tag{2.21}$$

Зная переходную, или весовую, функцию, можно определить реакцию звена на произвольное входное воздействие при нулевых начальных условиях с помощью интеграла Дюамеля

$$y(t) = \int_0^t \omega(t-\tau)\,x(\tau)\,d\,\tau\,, \qquad (2.22)$$

где τ – ширина (длительность) импульсов.

Аппроксимация переходных функций решением дифференциального уравнения может производиться аналитическими методами и графически.

Рассматривая ёмкость только по каналу управления, из уравнения (2.14) получим

$$T\frac{d\,H}{d\,t} + H = K_y\,\Delta\,S_{ПР}\,. \qquad (2.23)$$

Для получения переходной функции проинтегрируем уравнение (2.23)

$$H = K_y S_{ПР}(1 - e^{-t/T})\,. \qquad (2.24)$$

Таким образом, переходная функция представляет собой экспоненту (рис. 5).

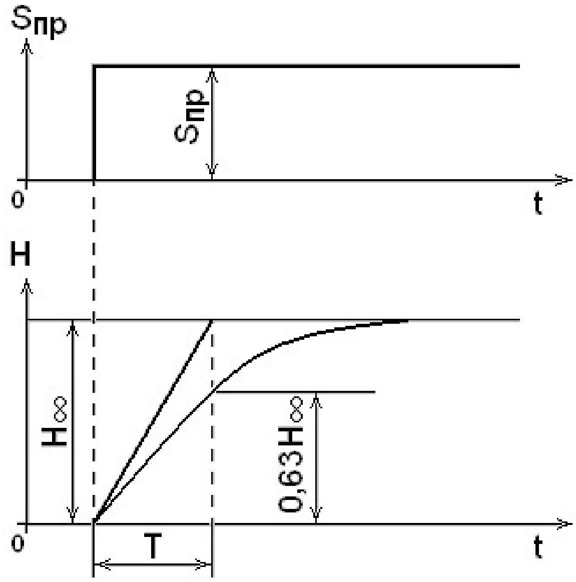


Рис. 5. Переходная характеристика ёмкости

Новое установившееся значение уровня может быть получено из уравнения (2.24) при $t \to \infty$

$$H_\infty = K_y\,S_{ПР}(1 - e^{-\infty}) = K_y\,S_{ПР}\,. \qquad (2.25)$$

Постоянная времени T определяется как проекция на ось времени отрезка касательной, заключённого между точкой касания и линией установившегося значения регулируемой величины. Эта величина постоянна для данной экспоненты. Если в уравнении экспоненты положить $t = T$, то получим

$$H = K_y\, S_{ПР}(1 - e^{-1}) = 0{,}63\, K_y\, S_{ПР}\,. \qquad (2.26)$$

Следовательно, за время T регулируемая величина достигает 63 % своего установившегося значения. Коэффициент усиления объекта определяется из уравнения (2.25) по формуле

$$K_y = H\infty \,/\, S_{ПР}\,. \qquad (2.27)$$

2.2.2 Частотные характеристики

Комплексные числа. Комплексным числом называется выражение вида

$$z = \alpha + j\beta\,, \qquad (2.28)$$

где α – вещественная часть комплексного числа; β – мнимая часть комплексного числа; $j = \sqrt{-1}$.

Если α = 0, то комплексное число называется чисто мнимым. При β = 0 комплексное число становится вещественным. Комплексные числа изображаются на комплексной плоскости (рис. 6).

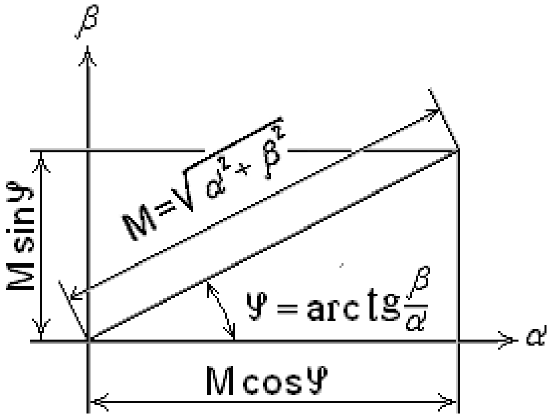


Рис. 6. Изображение комплексного числа на плоскости

Длина вектора **M** называется абсолютной величиной комплексного числа, или модулем

$$M = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\,. \qquad (2.29)$$

Угол между положительным направлением вещественной оси и вектором $\overline{M}$ называется аргументом, или фазой

$$\varphi = arc\,tg\,\frac{\beta}{\alpha}\,. \qquad (2.30)$$

Абсцисса и ордината комплексного числа могут быть выражены так:

$$\alpha = M\cos\varphi, \tag{2.31}$$

$$\beta = M\sin\varphi. \tag{2.32}$$

Отсюда

$$\alpha + j\beta = M(\cos\varphi + j\sin\varphi). \tag{2.33}$$

По формуле Эйлера

$$\cos\varphi + j\sin\varphi = e^{j\varphi}. \tag{2.34}$$

Поэтому

$$\alpha + j\beta = Me^{j\varphi} \tag{2.35}$$

или

$$\alpha + j\beta = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2}\cdot e^{j\,arctg\frac{\beta}{\alpha}}. \tag{2.36}$$

Операционное исчисление. Операционное исчисление служит для упрощения математических операций при расчётах, в частности при дифференцировании и интегрировании. Решение уравнений операционным методом состоит из трёх этапов: приведение исходных уравнений к операторной форме; решение операторных уравнений; определение решений исходных уравнений по решениям операторных уравнений.

Для получения операторных уравнений, функции, входящие в уравнение, подвергаются прямому преобразованию Лапласа в соответствии с выражением

$$f(t-\tau) \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\leftarrow}} e^{-p\tau}F(p)\frac{d^n f(t)}{dt} \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\leftarrow}} p^n F(p). \tag{2.37}$$

Функция **f(t)** вещественного переменного **t**, подвергаемая прямому преобразованию Лапласа, называется *оригиналом*, а функция **F(p)** комплексного переменного **p**, получаемая в результате преобразования, называется *изображением*.

Основными свойствами преобразования Лапласа являются:

а) линейность –

$$\text{если } f(t) \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\leftarrow}} F(p), \tag{2.38}$$

то
$$Qf(t) \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\leftarrow}} QF(p);$$

б) интегрирование оригинала –

$$\int_0^t f(t)\,dt \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\leftarrow}} \frac{1}{p}F(p), \tag{2.39}$$

т. е. интегрированию оригинала соответствует деление изображения на оператор **p**;

в) дифференцирование оригинала –

$$\frac{d\,f(t)}{d\,t} \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\leftarrow}} pF(p), \tag{2.40}$$

т. е. дифференцированию оригинала соответствует умножение изображения на оператор **p**;

г) дифференцирование *n*-кратное –

$$\frac{d^n f(t)}{d\,t} \overset{\cdot}{\underset{\cdot}{\leftarrow}} p^n F(p); \tag{2.41}$$

д) запаздывание в области вещественного переменного –

$$f(t-\tau) \leftarrow e^{-p\tau} F(p), \tag{2.42}$$

т. е. сдвигу в области вещественного переменного на τ соответствует умножение изображения на $e^{-p\tau}$.

Далее из операторных уравнений определяется изображение решения поставленной задачи. Чтобы отыскать решение исходных уравнений, необходимо совершить переход от изображения решения к его оригиналу. Этот переход возможен с помощью обратного преобразования Лапласа

$$f(t) = L^{-1}[F(p)] = \frac{1}{2\pi j}\int_{-\infty}^{+\infty} F(p)\cdot e^{-p\tau} d\,p. \tag{2.43}$$

При вычислении преобразований Лапласа часто используют специальные таблицы.

Передаточная функция. Передаточной функцией **W(p)** динамической системы называется отношение изображений Лапласа выходной и входной величин при нулевых начальных условиях

$$W(p) = \frac{L[y(t)]}{L[x(t)]}. \tag{2.44}$$

Передаточная функция является одним из способов задания динамических характеристик САУ. Она однозначно связана с дифференциальным уравнением системы

$$a_n \frac{d^n y(t)}{d\,t^n} + a_{n-1}\frac{d^{n-1} y(t)}{d\,t^{n-1}} + \ldots + a_1 \frac{d\,y(t)}{d\,t} + a_0 y(t) =$$

$$= b_m \frac{d^m x(t)}{d\,t^m} + b_{m-1}\frac{d^{m-1} x(t)}{d\,t^{m-1}} + \ldots + b_1 \frac{d\,x(t)}{d\,t} + b_0 x(t). \tag{2.45}$$

Дифференциальному уравнению (2.45) соответствует передаточная функция вида

$$W(p)=\frac{b_m\,p^m+b_{m-1}\,p^{m-1}+\ldots+b_1\,p^1+b_0}{a_n\,p^n+a_{n-1}\,p^{n-1}+\ldots+a_1\,p^1+a_0} \tag{2.46}$$

при $n \ge m$.

Так, дифференциальному уравнению ёмкости (2.23) соответствует передаточная функция

$$W(p)=\frac{K_y}{Tp+1}. \tag{2.47}$$

Передаточная функция связана с весовой функцией соотношением

$$W(p)=L[\omega(t)], \tag{2.48}$$

т. е. передаточная функция есть изображение весовой функции.

Частотные характеристики. Частотные характеристики описывают установившиеся колебания на выходе звена, вызванные гармоническим воздействием на входе. Если на вход звена подать гармоническое воздействие вида

$$x=x_{\max}\sin\omega t,$$

то по окончании переходного процесса на выходе звена установятся колебания вида

$$\ln W(j\omega)=\ln[A(\omega)\,e^{j\varphi(\omega)}]=\ln A(\omega)+j\varphi(\omega),$$

т. е. отличающиеся от входных по амплитуде и фазе.

Амплитудной частотной характеристикой (АЧХ) называется зависимость отношения амплитуды гармонических колебаний на выходе к амплитуде колебаний на входе звена от частоты, т. е. зависимость вида **А(ω)**.

Фазовой частотной характеристикой (ФЧХ) называется зависимость разности фаз между выходными и входными гармоническими колебаниями от частоты этих колебаний, т. е. зависимость вида **φ(ω)**.

АЧХ и **ФЧХ** можно объединить в одну характеристику – **амплитудно-фазовую частотную характеристику** (**АФЧХ**)

$$W(j\omega)=A(\omega)\,e^{j\varphi(\omega)}. \tag{2.49}$$

Из уравнения (2.49) следует, что модуль **АФЧХ** представляет собой **АЧХ**, а аргумент – **ФЧХ**.

Аналитические выражения для частотных характеристик могут быть получены по передаточной функции. Если в уравнении передаточной функции (2.46) положить $p = j\,\omega$, то получим **АФЧХ**:

$$W(j\omega)=\frac{b_m(j\omega)^m+b_{m-1}(j\omega)^{m-1}+\ldots+b_1 j\omega+b_0}{a_n(j\omega)^n+a_{n-1}(j\omega)^{n-1}+\ldots+a_1 j\omega+a_0}. \tag{2.50}$$

После освобождения от мнимости в знаменателе уравнение (2.50) можно записать в виде

$$W(j\omega)=U(\omega)+jV(\omega). \tag{2.51}$$

Функция **U(ω)** называется *действительной (вещественной) частотной характеристикой*, а **V(ω)** – *мнимой частотной характеристикой*. Между частотными характеристиками существует связь:

$$A(\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}\,; \tag{2.52}$$

$$\varphi(\omega) = arc\,tg\,\frac{V(\omega)}{U(\omega)}; \tag{2.53}$$

$$U(\omega) = A(\omega)\cdot\cos\varphi(\omega); \quad V(\omega) = A(\omega)\cdot\sin\varphi(\omega); \tag{2.54}$$

$$W(j\omega) = \sqrt{U^2(\omega) + V^2(\omega)}\cdot e^{j\,arc\,tg\frac{V(\omega)}{U(\omega)}}. \tag{2.55}$$

Если прологарифмировать выражение (2.49), то получим

$$\ln W(j\omega) = \ln[A(\omega)\,e^{j\varphi(\omega)}] = \ln A(\omega) + j\varphi(\omega). \tag{2.56}$$

Примерный вид частотных характеристик приведён на рис. 7.

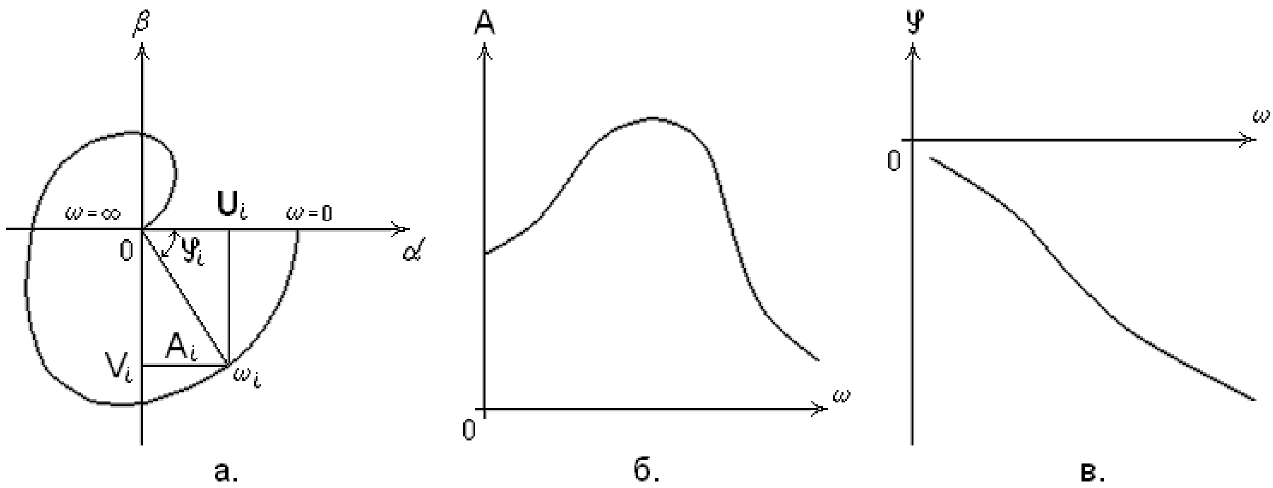


Рис. 7. Частотные характеристики: а. – АФЧХ; б. – ФЧХ; в. – АЧХ

Зависимость **L = 20·lgA** от **lgω** называется логарифмической амплитудной характеристикой (**ЛАХ**), а зависимость φ от **lgω** – логарифмической фазовой характеристикой (**ЛФХ**).

В качестве единицы измерения **L** используется децибел, равный **0**,**1** бела.

Бел – это десятичный логарифм усиления мощности сигнала, т. е. **1** бел соответствует усилению мощности в **10** раз, **2** бела – в **100** раз, **3** бела – в **1000** раз и т. д.

2.2.3 Типовые звенья автоматических систем управления

При исследовании **САУ** её разбивают на простые звенья. В результате этого математическое описание каждого звена может быть составлено без учёта связей его с другими звеньями, а описание всей **САУ** получено как совокупность уравнений отдельных звеньев.

Усилительное звено. Уравнение усилительного звена имеет вид

$$y = K\,x\,. \tag{2.57}$$

Передаточная функция в этом случае будет

$$W\,(p) = K\,, \tag{2.58}$$

а амплитудно-фазовая характеристика –

$$W\,(j\omega) = \frac{K}{1 - T_1^{\,2}\omega^2 + jT_2\omega} = \frac{K(1 - T_1^2\omega^2) - jKT_2^2\omega^2}{1 - T_1^2\omega^2 + T_2^2\omega^2}\,. \tag{2.59}$$

Примером усилительного звена является рычаг (рис. 8). Уравнение рычага имеет вид

$$y = \frac{l_2}{l_1}\,x\,.$$

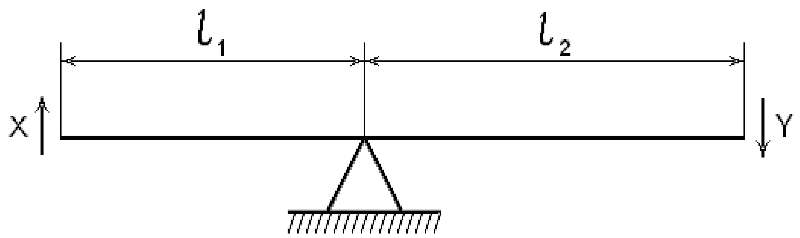


Рис. 8. Рычаг

Апериодическое звено. Уравнение этого звена имеет вид

$$T\,\frac{d\,y}{d\,t} + y = K\,x\,. \tag{2.60}$$

Передаточная функция в этом случае будет

$$W\,(p) = \frac{K}{T\,p + 1}, \tag{2.61}$$

а амплитудно-фазовая характеристика –

$$W\,(j\omega) = \frac{K}{T\,j\omega + 1} = \frac{K\,e^{-j\,arctg\,T\omega}}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}}\,. \tag{2.62}$$

АФЧХ представляет собой полуокружность радиусом **К/2** и центром в точке (**К/2**, **j** $\cdot$ **0**) на действительной оси (рис. 9).

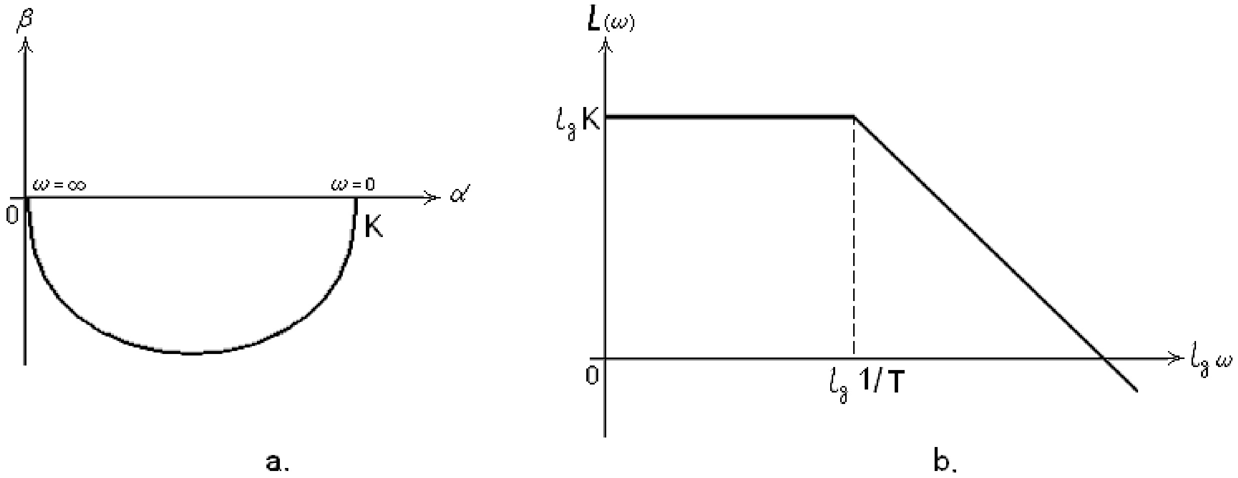


Рис. 9. Характеристика апериодического звена: а. – АФЧХ; b. – ЛАХ

Логарифмическая амплитудная частотная характеристика

$$L(\omega) = 20\lg A(\omega) = 20\lg K - 20\lg\sqrt{1+T^2\omega^2}\ . \tag{2.63}$$

При малых значениях $\omega \ll \frac{1}{T}$

$$\sqrt{1+T^2\omega^2} \approx 1\,; \quad L\,(\omega) \cong 20\lg K\ . \tag{2.64}$$

На больших частотах, когда $\omega \gg \frac{1}{T}$,

$$\sqrt{1+T^2\omega^2} \approx T\,\omega\,; \quad L\,(\omega) = 20\lg K - 20\lg T\,\omega\,. \tag{2.65}$$

В соответствии с выражениями (2.64) и (2.65) на рис. 9 приведена ЛАХ апериодического звена.

Примером апериодического звена является рассмотренная ранее ёмкость.

Колебательное звено. Уравнение этого звена

$$T_1^{\,2}\frac{d^2 y}{d\,t^2} + T_2\frac{d\,y}{d\,t} + y = K\,x\,, \tag{2.66}$$

причём T_1 и T_2 связаны условием

$$\varepsilon = \frac{T_2}{2T_1} < 1\,. \tag{2.67}$$

Это условие означает, что корни характеристического уравнения вида

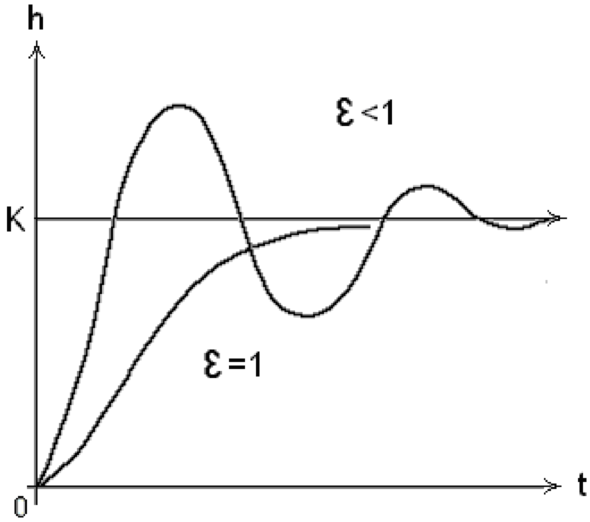
$$T_1^{\,2}p^2 + T_2 p + 1 = 0, \tag{2.68}$$

соответствующего дифференциальному уравнению (2.66), являются комплексными.

Передаточная функция, соответствующая уравнению (2.66), имеет вид

$$W(p) = \frac{K}{T_1^{\,2}p + T_2 p + 1}\,. \tag{2.69}$$

Переходная функция, являющаяся решением уравнения (2.66) при **x** = **1**(**t**), приведена на рис. 10.



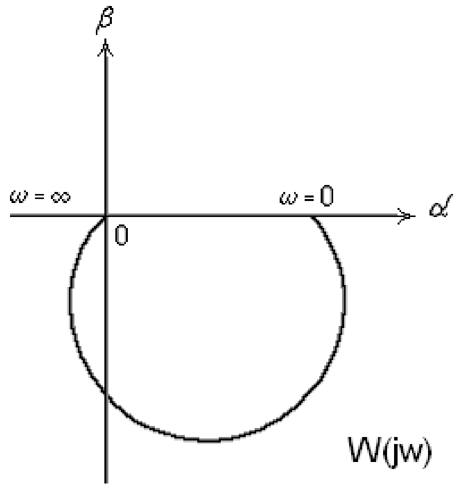


Рис. 10. Переходные функции колебательного звена
Рис. 11. АФЧХ колебательного звена

Амплитудно-фазовая характеристика равна

$$W(j\omega) = \frac{K}{1 - T_1{}^2\omega^2 + jT_2\omega} = \frac{K(1 - T_1^2\omega^2) - j\,K\,T_2^2\omega^2}{1 - T_1^2\omega^2 + T_2^2\omega^2}\,. \tag{2.70}$$

Графический вид этой характеристики приведён на рис. 11. Примером колебательного звена является электрический резонансный контур (рис. 12).

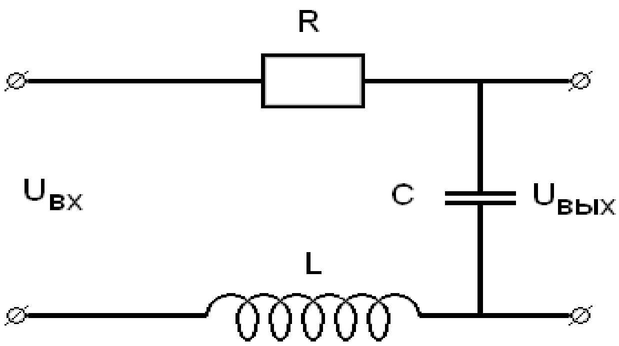


Рис. 12. Электрический резонансный контур

Если в уравнении (2.66) выполняется условие

$$\varepsilon = \frac{T_2}{2T_1} \geq 1, \tag{2.71}$$

то характеристическое уравнение (2.68) имеет отрицательные действительные корни. В этом случае звено называется апериодическим звеном второго порядка. Примером такого звена является технологическая схема из двух ёмкостей (рис. 13). Все рассмотренные выше звенья называются *статическими*.

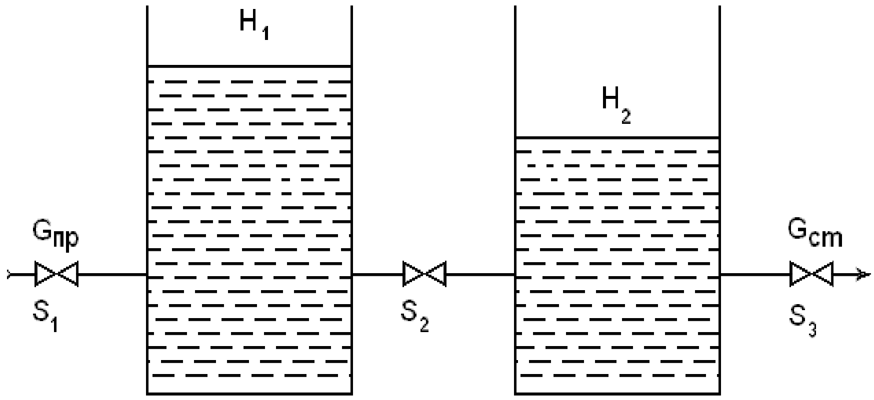


Рис. 13. Технологическая схема из двух ёмкостей

Интегрирующее звено. Уравнение интегрирующего звена

$$\frac{d\,y}{d\,t} = K\,x, \tag{2.72}$$

или в интегральной форме

$$y = K\int_0^t x\,d\,t + x_0. \tag{2.73}$$

Переходная функция интегрирующего звена имеет вид

$$h(t) = K\,t\,; \tag{2.74}$$

передаточная функция

$$W(p) = \frac{1}{p}K; \tag{2.75}$$

амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\,\omega) = \frac{K}{j\,\omega} = -j\,\frac{K}{\omega}\,. \tag{2.76}$$

Характеристика интегрирующего звена приведена на рис. 14.

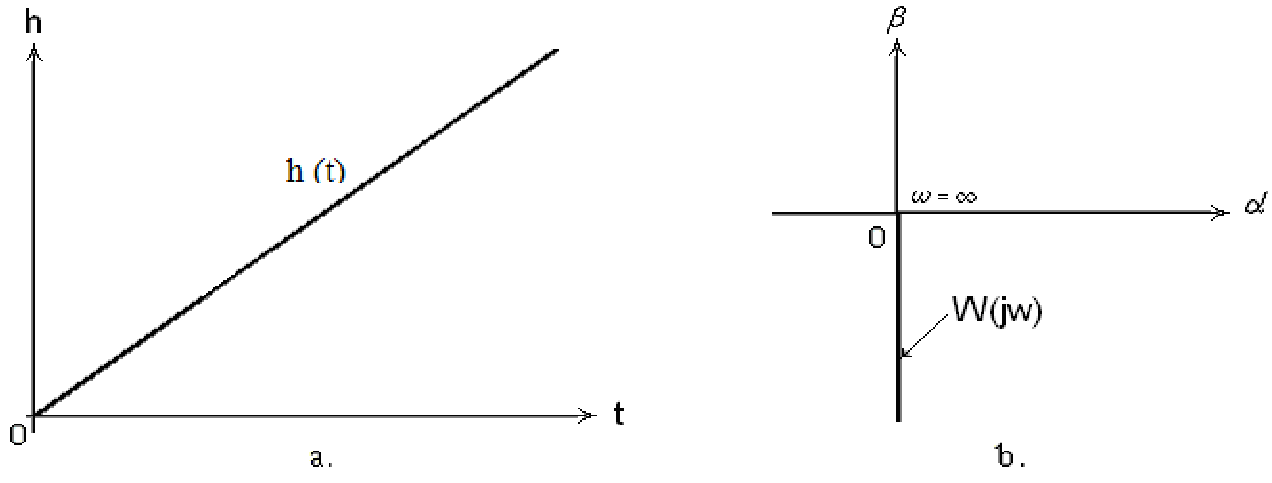


Рис. 14. Характеристики интегрирующего звена: a. – переходная; b. – АФЧХ

Иногда применяется другая форма записи уравнения интегрирующего звена

$$T \cdot \frac{dy}{dt} = x . \tag{2.77}$$

Примером интегрирующего звена является ёмкость с притоком жидкости сверху, причём расход на стоке не зависит от уровня в ёмкости (рис. 15). Такая ёмкость не обладает самовыравниванием на притоке. Интегрирующее звено называется *астатическим*.

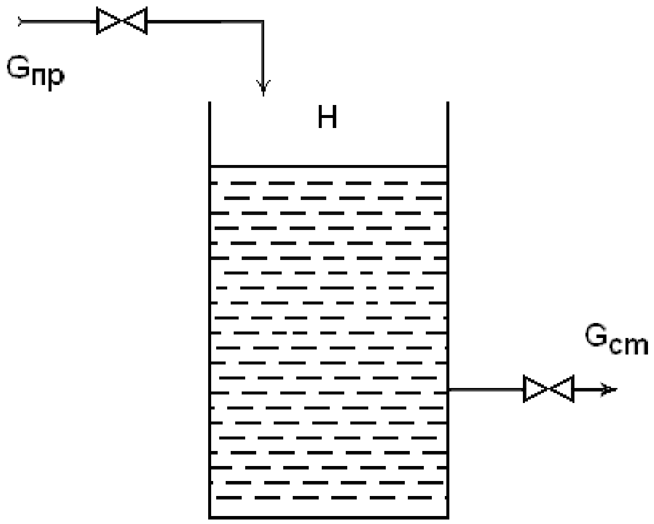


Рис. 15. Ёмкость с притоком жидкости сверху

Дифференцирующее звено. Уравнение этого звена

$$y = K \frac{dx}{dt} ; \tag{2.78}$$

переходная функция равна

$$h(t) = K\delta(t) ; \tag{2.79}$$

передаточная функция

$$W(p) = K p ; \tag{2.80}$$

амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega) = jK\omega , \tag{2.81}$$

т. е. она совпадает с положительной мнимой полуосью.

Характеристики дифференцирующего звена обратны характеристикам интегрирующего звена. Идеальных дифференцирующих звеньев в природе не существует, но они используются при анализе сложных систем, из которых можно выделить дифференцирующие звенья.

Звено с запаздыванием. Это звено без искажения воспроизводит на выходе входную величину, задерживая её на время запаздывания τ.

Уравнение такого звена имеет вид

$$y(t) = x(t - \tau) ; \tag{2.82}$$

передаточная функция

$$W(p)=e^{-\tau p}; \tag{2.83}$$

амплитудно-фазовая характеристика

$$W(j\omega)=e^{-j\omega\tau}. \tag{2.84}$$

Примерами таких звеньев являются транспортёры (рис. 16), длинные трубопроводы и т. д. Если известны расстояние l и скорость движения ленты транспортёра v, то запаздывание можно определить по формуле

$$\tau = l/v. \tag{2.85}$$

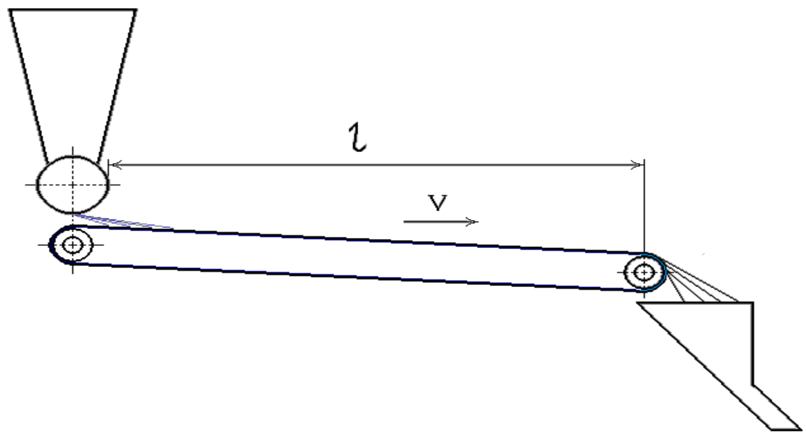


Рис. 16. Транспортёр

2.2.4 Соединение звеньев

Структурная схема САУ. Структурной схемой САУ называется изображение САУ или части системы в виде звеньев, соединённых существующими между ними связями. По виду структурных схем САУ разделяются на одноконтурные и многоконтурные.

Одноконтурной (рис. 17, а) называется система, структурная схема которой имеет вид замкнутого контура, образованного цепочкой последовательно соединённых звеньев; ***многоконтурной*** (рис. 17, б) – система, в структурной схеме которой звенья образуют несколько замкнутых контуров.

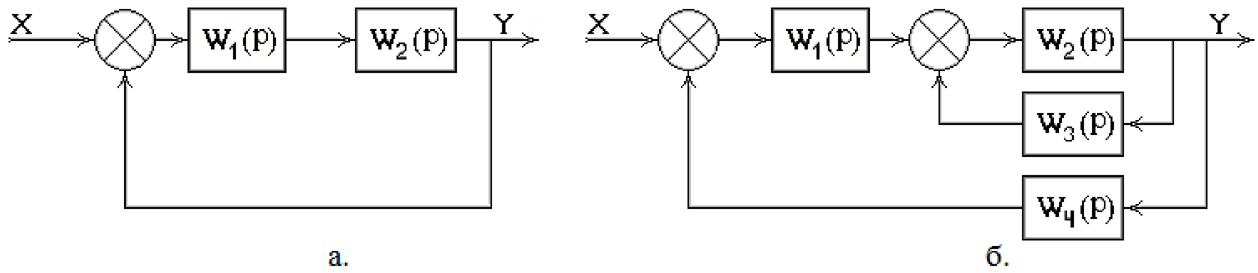


Рис. 17. Структурная схема САУ

Последовательное соединение звеньев. При последовательном соединении звеньев (рис. 18) имеем систему уравнений

$$\begin{aligned} Y_1 &= W_1(p)\cdot X; \\ Y_2 &= W_2(p)\cdot Y_1; \\ Y_n &= W_n(p)\cdot Y_{n-1}. \end{aligned} \tag{2.86}$$

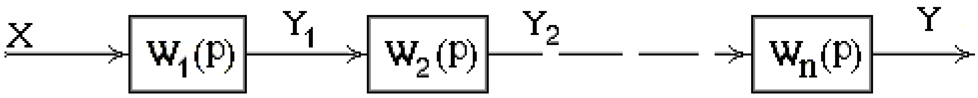


Рис. 18. Последовательное соединение звеньев

Исключив отсюда промежуточные переменные получим

$$Y = [W_1(p)\cdot W_2(p)\cdot \ldots \cdot W_n(p)]\cdot X = W(p)\cdot X. \tag{2.87}$$

Здесь

$$W(p) = \mathop{\Pi}_{i=1}^{n} \cdot W_i(p), \tag{2.88}$$

т. е. передаточная функция последовательно соединённых звеньев равна произведению передаточных функций звеньев.

Параллельное соединение звеньев. При параллельном соединении звеньев (рис. 19).

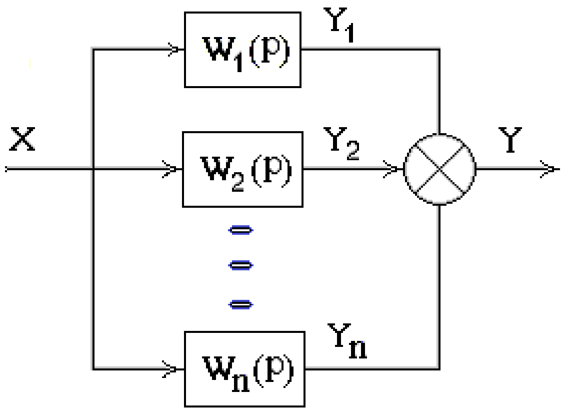


Рис. 19. Параллельное соединение звеньев

$$\begin{aligned} Y = Y_1 + Y_2 + \ldots + Y_n = [W_1(p) + W_2(p) + \\ + \ldots + W_n(p)]\cdot X = W(p)\cdot X, \end{aligned} \tag{2.89}$$

где

$$W(p) = \sum_{i=1}^{n} W_i(p). \tag{2.90}$$

Таким образом, передаточная функция параллельно соединённых звеньев равна сумме передаточных функций отдельных звеньев.

Звено с обратной связью. Обратная связь может быть положительной, если сигнал обратной связи складывается с входным сигналом, или отрицательной, если этот сигнал вычитается из входного сигнала (рис. 20).

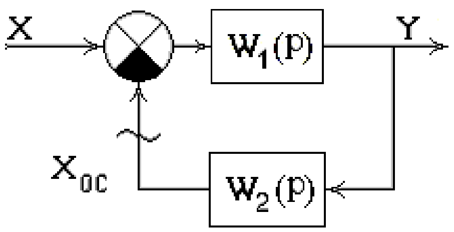


Рис. 20. Обратная связь

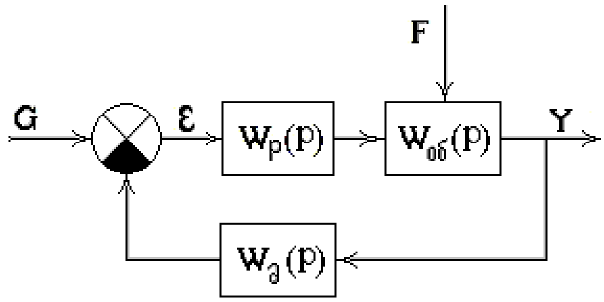


Рис. 21. Одноконтурная САУ

Схема имеет следующую передаточную функцию

$$W_З(p) = \frac{W_1(p)}{1 \pm W(p)}, \tag{2.91}$$

где

$$W(p) = W_1(p) W_2(p). \tag{2.92}$$

Здесь положительной обратной связи соответствует минус, а отрицательной – плюс.

Функция $W_З(p)$ называется передаточной функцией замкнутой системы, а $W(p)$ – передаточной функцией разомкнутой системы, т. е. системы, получающейся после разрыва обратной связи.

Одноконтурная САУ. Схема одноконтурной САУ приведена на рис. 21.

САУ состоит из объекта с передаточной функцией относительно управляющего воздействия $W_{об}(p)$, регулятора, имеющего передаточную функцию $W_р(p)$, датчика с передаточной функцией $W_д(p)$ и сумматора. На схеме обозначены: G – задающее воздействие; $X_{ос}$ – сигнал обратной связи; $\varepsilon = G - X_{ос}$ – рассогласование; F – возмущение; Y – выходная величина. В САУ общая обратная связь всегда отрицательна.

Передаточная функция разомкнутой системы

$$W(p) = W_р(p) \cdot W_{об}(p) \cdot W_д(p). \tag{2.93}$$

Передаточная функция замкнутой системы относительно управляющего (задающего) воздействия будет

$$W_у(p) = \frac{Y}{G} = \frac{W_Р(p) \cdot W_{Об}(p)}{1 + W_Р(p) \cdot W_{Об}(p) \cdot W_д(p)}. \tag{2.94}$$

Передаточная функция замкнутой системы относительно возмущающего воздействия равна

$$W_B(p)=\frac{Y}{F}=\frac{W_{Об}^{/}(p)}{1+W_P(p)\cdot W_{Об}(p)\cdot W_Д(p)}, \qquad (2.95)$$

где $W_{Об}$ – передаточная функция объекта относительно возмущающего воздействия.

При осуществлении обратной связи статическим звеном связь вызывается жёсткой обратной связью, дифференцирующим – гибкой. Гибкая обратная связь действует только в динамике. Если задачей САУ является обеспечение равенства $Y = G$, то в этом случае $\mathbf{W_Д(p) = 1}$, и такая система называется системой с единичной обратной связью.

2.2.5 Устойчивость автоматических систем управления

Понятие об устойчивости. *Устойчивость* – это свойство системы возвращаться в исходный установившийся режим после нанесения возмущения. На рис. 22 показаны типичные кривые переходных процессов в неустойчивой и устойчивой системах.

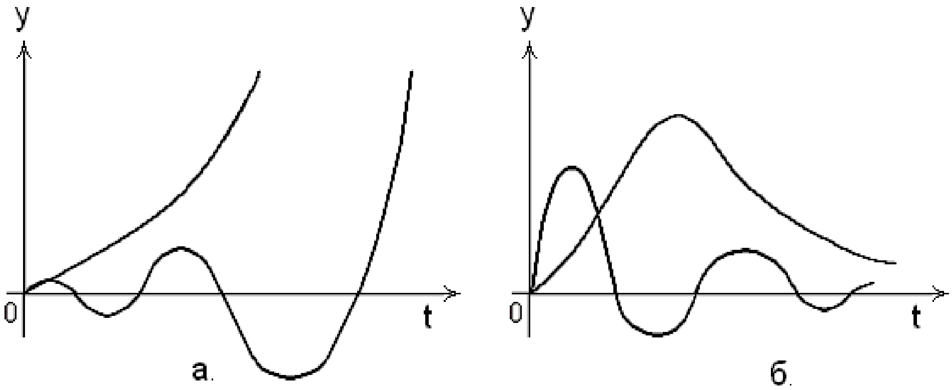


Рис. 22. Переходные процессы: а. – неустойчивые; б. – устойчивые

Процесс регулирования в линейной САУ описывается решением дифференциального уравнения системы при известных входных воздействиях и заданных начальных условиях

$$a_n\frac{d^n y}{d\,t^n}+a_{n-1}\frac{d^{n-1}y}{d\,t^{n-1}}+\ldots+a_1\frac{d\,y}{d\,t}+a_0y=$$
$$=b_m\frac{d^m x}{d\,x^m}+b_{m-1}\frac{d^{m-1}x}{d\,x^{m-1}}+\ldots+b_1\frac{d\,x}{d\,t}+b_0x\,. \qquad (2.96)$$

Уравнение, у которого правая часть равна нулю, называется *однородным*, уравнение с ненулевой правой частью – *неоднородным*. Решение уравнения (2.96) имеет две составляющие

$$y(t)=y_П(t)+y_B(t), \qquad (2.97)$$

где $y_П(t)$ – общее решение однородного уравнения, описывающее переходный процесс в системе; $y_В(t)$ – частное решение неоднородного уравнения, описывающее вынужденный режим системы, устанавливающийся по окончании переходного процесса.

Система будет *устойчивая*, если переходные процессы $y_П(t)$ будут затухающими, т. е. если с течением времени будут стремиться к нулю.

Решение однородного дифференциального уравнения

$$a_n \frac{d^n y}{d t^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{d t^{n-1}} + ... + a_1 \frac{d y}{d t} + a_0 y = 0 \tag{2.98}$$

имеет вид

$$y_n(t) = \sum_{i=1}^{n} c_i e^{p_i t}, \tag{2.99}$$

где c_i – постоянные интегрирования, определяемые начальными условиями; p_i – корни характеристического уравнения

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0 = 0. \tag{2.100}$$

Таким образом, переходный процесс $y_П(t)$ представляет собой сумму составляющих, число которых определяется числом корней характеристического уравнения (2.100), т. е. порядком уравнения системы.

В общем случае корни p_i являются комплексными

$$p_{i,\, i+1} = \alpha_i \pm j\beta. \tag{2.101}$$

В решении дифференциального уравнения системы, описывающем переходный процесс, вещественному корню соответствует слагаемое

$$D_2 = c_i e^{\alpha_i t}, \tag{2.102}$$

а паре комплексно-сопряжённых корней – слагаемое

$$D_2 = c_i e^{\alpha_i t}(c_i \cos \beta_i t + c_{i+1} \sin \beta_i t). \tag{2.103}$$

Процесс может быть устойчивым лишь при условии, что все его составляющие с течением времени стремятся к нулю. Устойчивость процесса определяется функцией $\mathbf{e}^{\alpha \cdot t}$. Для устойчивости линейной системы необходимо, чтобы все вещественные корни и вещественные части комплексных корней были отрицательны

$$p_{i-1} = -\alpha_{i-1}, \tag{2.104}$$

$$p_{i,\, i\div 1} = -\alpha_i \pm j\beta_i. \tag{2.105}$$

Наличие пары сопряжённых чисто мнимых корней $p_{i,\, i\div 1} = \pm j\beta_i$ даёт незатухающую гармоническую составляющую переходного процесса. В этом случае система находится на границе устойчивости. Такая система так же неработоспособна, как и неустойчивая.

Таким образом, исследование устойчивости системы сводится к определению знаков действительных частей корней. Однако определение корней уравнений выше четвёртой степени связано со сложными расчётами. Поэтому разработан ряд оценок, именуемых критериями устойчивости, по которым можно судить об устойчивости, не решая уравнения.

Критерий устойчивости Рауса – Гурвица. Это алгебраический критерий, по которому условие устойчивости сводится к выполнению ряда неравенств, связывающих коэффициенты уравнения системы. В разной форме этот критерий был предложен английским математиком **Е. Раусом** и затем швейцарским математиком **А. Гурвицем**.

Пусть характеристическое уравнение системы имеет вид

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + a_n = 0\,, \quad a_0 > 0\,. \tag{2.106}$$

Составим из коэффициентов этого уравнения определитель

$$\Delta_n = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & a_5 & \dots & & 0 \\ a_0 & a_2 & a_4 & a_6 & \dots & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 & a_5 & \dots & 0 \\ 0 & a_0 & a_2 & a_4 & a_6 \dots & 0 \\ \dots & & & & & \\ 0 & \dots & & & a_{n-1} & 0 \\ 0 & \dots & & & a_{n-2} & a_n \end{vmatrix}. \tag{2.107}$$

Этот определитель называется **определителем А. Гурвица**. Порядок его составления: выписываются по главной диагонали все коэффициенты от a_1 до a_n в порядке возрастания индексов, столбцы определителя вниз от главной диагонали дополняются коэффициентами с последовательно уменьшающимися индексами, а вверх – с возрастающими индексами; на место коэффициентов, индексы которых больше **n** и меньше **0**, ставятся нули.

САУ устойчива, если определитель А. Гурвица и все его диагональные миноры положительны.

Условие устойчивости:

для системы первого порядка – $a_0 > 0, \quad a_1 > 0$;

для системы второго порядка – $a_0 > 0, \quad a_1 > 0, \quad a_2 > 0$;

для системы третьего порядка – $a_0 > 0, \quad a_1 > 0, \quad a_2 > 0 \quad a_2 a_1 > a_3 a_0$ и т. д.

В общем случае необходимым, но недостаточным условием устойчивости является положительность всех коэффициентов уравнения. Лишь для систем первого и второго порядков это условие является и достаточным. Использование критерия **Рауса – Гурвица** для систем высокого порядка (**n** ≥ **4**) становится трудным в связи с увеличением объёма вычислений.

Критерий устойчивости Михайлова. Этот частотный критерий, предложенный русским учёным А. В. Михайловым в 1938 г., основан на изучении годографа вектора комплексной функции, полученной из характеристического многочлена САУ

$$D(p) = a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \ldots + a_{n-1} p + a_n \,. \tag{2.108}$$

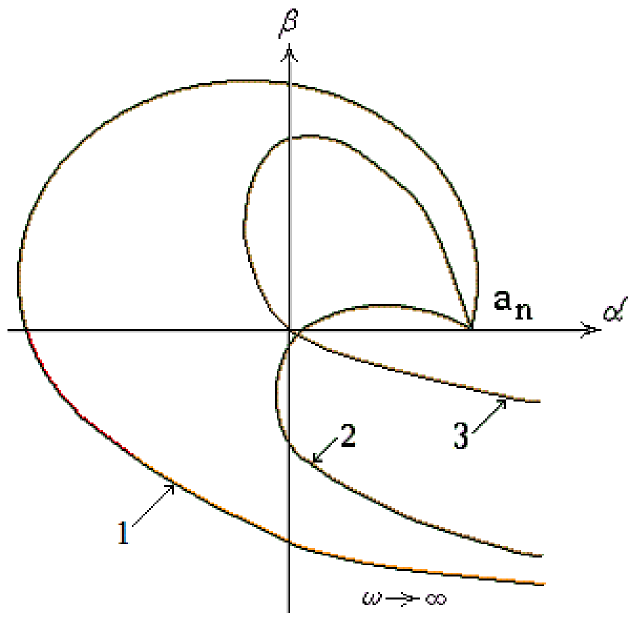
Подставив $p = j\omega$, получаем комплексную функцию

$$\begin{aligned} D(j\omega) &= a_0 (j\omega)^n + a_1 (j\omega)^{n-1} + \\ &+ \ldots + a_{n-1}(j\omega) + a_n = U(j\omega) + V(j\omega) \end{aligned} \tag{2.109}$$

Здесь $U(\omega)$ – действительная, а $V(\omega)$ – мнимая части. Подставив в выражение (2.109) значение $0 \le \omega \le \infty$, получим ряд значений вектора $D(j\omega)$. Кривая, соединяющая концы вектора, называется *годографом Михайлова*.

САУ устойчива, если годограф Михайлова, начинаясь на действительной положительной полуоси, огибает против часовой стрелки начало координат, проходя последовательно n квадратов (где n – порядок системы). Условием нахождения системы на границе устойчивости является прохождение годографа Михайлова через начало координат.

На рис. 23 приведены годографы Михайлова, соответствующие устойчивой **1**, неустойчивой **2** и находящиеся на границе устойчивости **3** САУ четвёртого порядка.



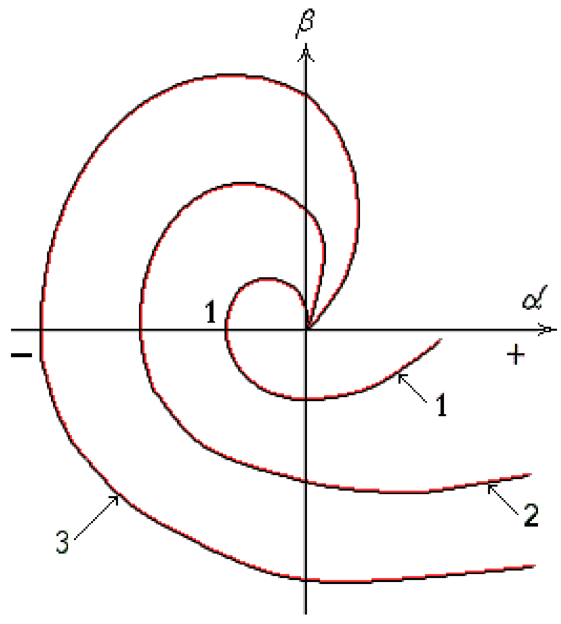


Рис. 23. Годографы Михайлова
Рис. 24. АФЧХ разомкнутых САУ

Критерий устойчивости Найквиста. Этот критерий, предложенный в 1932 г. американским учёным Г. Найквистом, позволяет судить об устойчивости замкнутой системы по АФЧХ разомкнутой системы.

САУ будет устойчива в замкнутом состоянии, если амплитудно-фазовая характеристика разомкнутой системы не охватывает точку с координатами (–1; j0) при изменении частоты в пределах $0 \le \omega \le \infty$. Если АФЧХ разомкнутой САУ проходит через точку (–1; j0), то в замкнутом состоянии система будет находиться на границе устойчивости. На рис. 24 приведены три АФЧХ разомкнутых САУ, соответствующие устойчивой 1, неустойчивой 3 и на границе устойчивости 2 состояниям.

2.2.6 Исследование аналоговых автоматических систем управления

Требования к промышленным САУ. Задачей промышленной САУ является поддержание оптимального технологического режима в объекте управления. Заданные значения стабилизируемых технологических величин могут изменяться вручную или с помощью управляющей вычислительной машины (УВМ).

Возмущающие воздействия в промышленных САУ – изменение режимов работы агрегатов, изменение характеристик материальных и энергетических потоков и т. п. Синтез САУ ставит своей целью обеспечение заданных показателей качества регулирования при возмущениях заданного вида. Одной из задач при синтезе САУ является определение значений параметров настройки регуляторов. Расчёт регуляторов производится исходя из требования обеспечения оптимального качества регулирования.

Показатели качества регулирования. Устойчивость является необходимым условием работоспособности САУ, но недостаточным с точки зрения качества регулирования. Ниже перечислены **прямые** показатели качества регулирования (рис. 25): $\mathbf{t_р}$ – время регулирования, в течение которого регулируемая величина достигает заданного значения; $\mathbf{x_{ДИН}}$ – динамическая ошибка, т. е. максимальное отклонение регулируемой величины в переходном процессе; $\mathbf{x_{ПЕР}}$ – величина перерегулирования; $\delta_{ОСТ}$ – статическая ошибка, т. е. остаточное отклонение регулируемой величины после окончания переходного процесса (имеет место только в статических САУ). Перечисленные показатели могут быть определены непосредственно по графику переходного процесса и поэтому называются прямыми. **Косвенными** показателями качества регулирования являются $\varphi = \dfrac{x_1 - x_2}{x_1}$ – степень затухания, характеризующая колебательность процесса; $I_1 = \int_0^\infty x(t)\,dt$ – простейшая интегральная оценка (качество регулирования оценивается по величине площади, заключённой между кривой переходного процесса и осями координат), используемая для переходных процессов, не имеющих перерегулирования; $I_2 = \int_0^\infty x^2(t)\,dt$ – квадратичная интегральная оценка, используемая для оценки любых процессов регулирования.

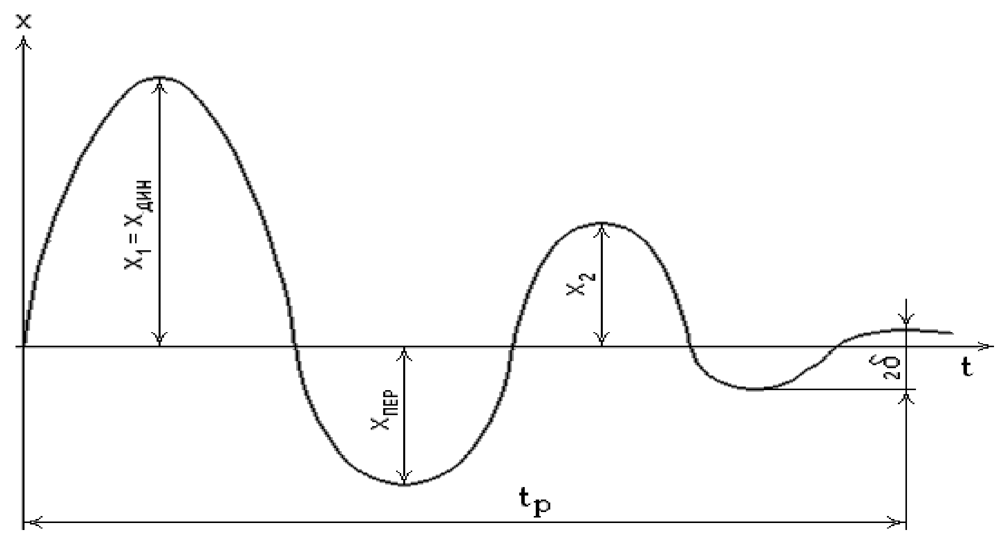


Рис. 25. Показатели качества регулирования

Оптимальные переходные процессы. На основании опытов и теоретических обобщений для промышленных объектов рекомендован ряд оптимальных переходных процессов регулирования (рис. 26).

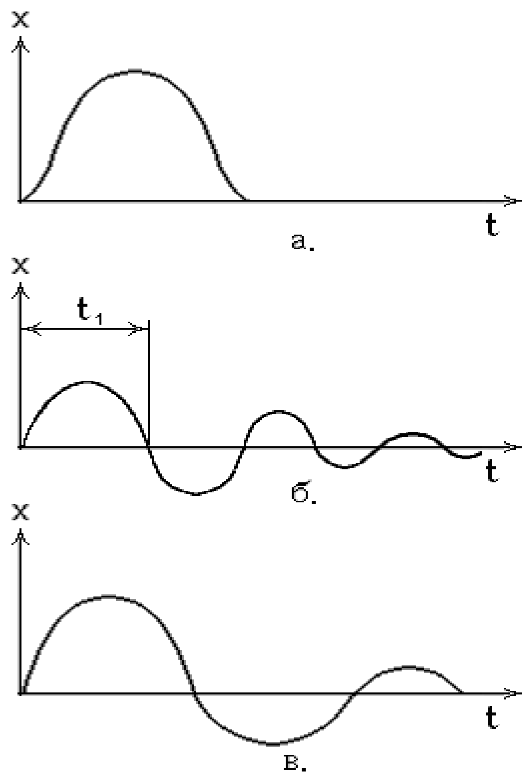


Рис. 26. Оптимальные переходные процессы:
а. – апериодический; б. – с 20 %-м перерегулированием;
в. – с минимальной квадратичной площадью

1. Апериодический переходный процесс – характеризуется минимальным временем регулирования, отсутствием перерегулирования и максимальным динамическим отклонением.

2. Затухающий колебательный переходный процесс с **20** %-м перерегулированием – характеризуется минимальным динамическим отклонением и временем первого полупериода колебаний $\mathbf{t_1}$.

3. Затухающий колебательный переходный процесс с минимальной квадратичной площадью $I_{2\min} = \int_0^{t_P} x^2(t)\,dt$ – характеризуется 40–45 %-м перерегулированием и максимальным временем регулирования; имеет наименьшее динамическое отклонение.

Типы регуляторов. По характеру действия регуляторы бывают релейные, импульсные и непрерывные.

Релейные (позиционные) регуляторы осуществляют ступенчатое управляющее воздействие. Наиболее распространены двухпозиционные регуляторы. В этом случае регулирующий орган может принимать одно из двух предельных положений: открыто или закрыто.

Импульсные регуляторы имеют в своей структуре импульсное звено и коммутирующее устройство. Регулятор позволяет управлять одним или несколькими инерционными объектами, так как изменение регулирующего воздействия носит дискретный характер.

Непрерывные промышленные регуляторы в зависимости от реализуемого закона регулирования бывают пропорциональные, пропорционально-интегральные и пропорционально-интегрально-дифференциальные.

Пропорциональный регулятор (П-регулятор) производит перемещение регулирующего органа пропорционально отклонению регулируемой величины от заданного значения.

Уравнение П-регулятора:

$$y = K_P\, x\,, \tag{2.110}$$

где K_P – коэффициент усиления регулятора.

Передаточная функция П-регулятора:

$$W(p) = K_P. \tag{2.111}$$

Амплитудно-фазовая и переходная характеристики

$$W(j\omega) = K_P; \tag{2.112}$$

$$h\,(t) = K_P. \tag{2.113}$$

Недостатком П-регуляторов является зависимость регулируемой величины от нагрузки. Это явление называется *остаточной неравномерностью регулирования (статической ошибкой)*.

Параметром настройки П-регулятора служит диапазон дросселирования, равный

$$\delta = \frac{1}{K_P}\cdot 100\,\%\,. \tag{2.114}$$

Пропорционально-интегральный регулятор (ПИ-регулятор) производит перемещение регулирующего органа пропорционально сумме отклонения и интеграла от отклонения регулируемой величины.

Уравнение ПИ-регулятора:

$$W(p) = K_P\,(1 + \frac{1}{T_И\,p})\,, \tag{2.115}$$

где K_P – коэффициент усиления регулятора; $T_И$ – время изодрома (интегрирования).

При $T_И \to \infty$ ПИ-регулятор превращается в П-регулятор.

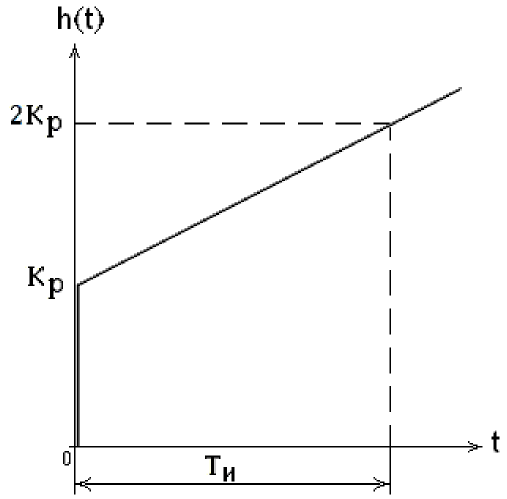
Передаточная функция, амплитудно-фазовая и переходная характеристики ПИ-регулятора равны

$$W(p) = K_P\,(1 + \frac{1}{T_И\,p})\,; \tag{2.116}$$

$$W(j\omega) = K_P\,(1 - j\frac{1}{T_И\,\omega})\,; \tag{2.117}$$

$$h(t) = K_P\,(1 + \frac{1}{T_И}\cdot t)\,. \tag{2.118}$$

Переходная характеристика ПИ-регулятора приведена на рис. 27. За время $t = T_И$ интегральная составляющая становится равной пропорциональной, т. е. сигнал удваивается. Поэтому время изодрома называют *временем удвоения*. Так как интегральная составляющая вводится воздействием на упругую обратную связь (изодром), то ПИ-регуляторы называются изодромными. Параметры настройки ПИ-регулятора: диапазон дросселирования δ и время изодрома $T_И$. ПИ-регуляторы позволяют регулировать параметры без остаточной неравномерности.



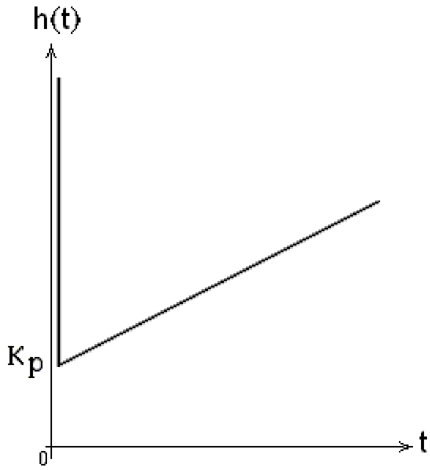


Рис. 27. Переходная характеристика ПИ-регулятора
Рис. 28. Переходная характеристика ПИД-регулятора

Пропорционально-интегрально-дифференциальный регулятор (ПИД-регулятор) производит перемещение регулирующего органа пропорционально отклонению, интегралу и скорости изменения регулируемой величины.

Уравнение ПИД-регулятора:

$$y = K_P \, (x + \frac{1}{T_И} \cdot \int_0^t x \, dt + T_{ДИФ} \frac{dx}{dt}), \tag{2.119}$$

где K_P – коэффициент усиления регулятора; $T_{ДИФ}$ – время дифференцирования.

При $T_{ДИФ} = 0$ ПИД-регулятор превращается в ПИ-регулятор.

Передаточная функция ПИД-регулятора:

$$W(p) = K_P \, (1 + \frac{1}{T_И \, p} + T_{ДИФ} \, p). \tag{2.120}$$

Амплитудно-фазовая характеристика:

$$W(j\omega) = K_P \, (1 - \frac{1}{T_И \, \omega} + j \, T_{ДИФ} \, \omega). \tag{2.121}$$

Переходная характеристика:

$$h(t) = \infty \ \text{при} \ t = 0,$$

$$h(t) = K_P (1 + \frac{1}{T_И} t) \ \text{при} \ t > 0. \tag{2.122}$$

График переходной характеристики ПИД-регулятора приведён на рис. 28.

Параметры настройки ПИД-регулятора: диапазон дросселирования δ, время изодрома $T_И$ и время дифференцирования $T_{ДИФ}$.

Исходные данные для расчёта автоматического регулятора. Для расчёта автоматического регулятора непрерывного действия необходимо иметь следующие исходные данные:

динамические характеристики объекта – постоянная времени **Т**, с; запаздывание τ, **с**; коэффициент усиления $K_{ОБ}$;

максимально возможное возмущение по нагрузке – μ;

требуемые показатели качества регулирования – максимально допустимое динамическое отклонение $\mathbf{A}_1$; допустимое перерегулирование $\mathbf{A}_2$ в процентах к $\mathbf{A}_1$; допустимое остаточное отклонение $\delta_{ОСТ}$; предельно допустимое время регулирования t_P, с.

Расчёт регулятора сводится к выбору типа регулятора и определению оптимальных параметров настройки.

Выбор типа автоматического регулятора. Расчёт промышленных САУ может быть проведён различными методами: аналитическим, математического моделирования на ЭВМ, графоаналитическим и экспериментально. Общедоступным является графоаналитический метод, достоинствами которого являются его простота и достаточная точность результатов. Сущность этого метода состоит в том, что расчёт регулятора производится по заранее составленным графикам с учётом динамических свойств САУ и требований к качеству переходного процесса. При выборе типа регулятора следует прежде всего определить характер действия регулятора. Такой выбор ориентировочно может быть сделан, исходя из величины отношения запаздывания τ к постоянной времени объекта **T**; при τ **/ T < 1,0** выбирается регулятор непрерывного действия; при τ **/ T < 0,2** выбирается регулятор релейного действия; при τ **/ T > 1,0** выбирается регулятор импульсного действия. После определения характера действия регулятора переходят к выбору типа регулятора (закона регулирования).

Выбор типа регулятора производится по величине динамического коэффициента регулирования, определяемого по формуле

$$K_{ДИН} = \frac{A_1}{K_{ОБ}\,\mu}. \tag{2.123}$$

Имея численное значение $K_{ДИН}$ и задаваясь типом оптимального переходного процесса, по графикам функциональной зависимости $K_{ДИН}$ от τ **/ T** находят тип регулятора (П-, ПИ- или ПИД), обеспечивающего при заданном τ **/ T** необходимое значение $K_{ДИН}$. В качестве примера на рис. 29 приведены графики функциональной зависимости $K_{ДИН}$ от τ **/ T** при апериодическом переходном процессе для различных типов регуляторов (**1** – П-регулятор; **2** – ПИ-регулятор; **3** – ПИД-регулятор). Из графиков следует, что при увеличении у регулируемого объекта отношения τ **/ T** для достижения одного и того же значения $K_{ДИН}$ приходится применять регуляторы всё более сложных типов.

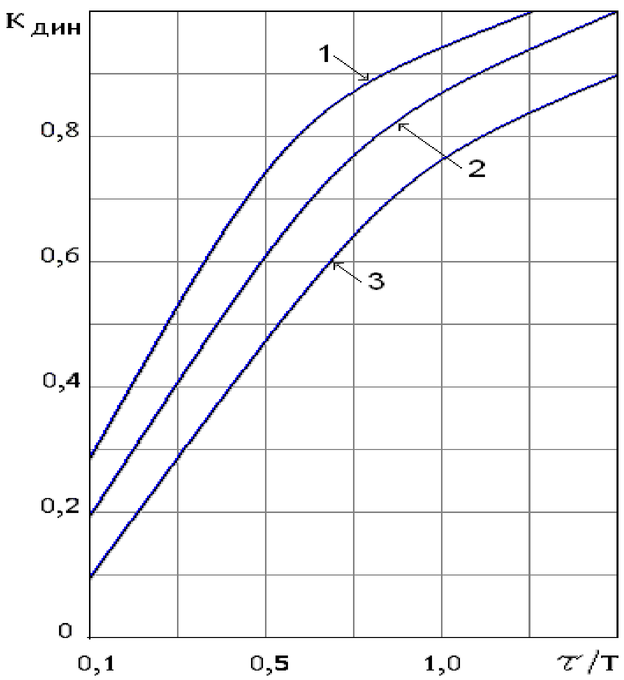


Рис. 29. Графики выбора типа регулятора

Выбранный тип регулятора далее проверяется на соответствие фактического времени регулирования заданному и фактического остаточного отклонения регулируемой величины заданному значению (последнее только для П-регуляторов). Такие проверки осуществляются по специальным графикам.

Определение оптимальных параметров настройки регулятора. К промышленным САУ предъявляются следующие требования: система должна обладать заданным запасом устойчивости; динамическая ошибка, величина перерегулирования и статическая ошибка должны быть больше заданных; время регулирования должно быть минимальным. Выполнение двух последних требований возможно при минимизации одного из указанных из указанных ниже интегральных критериев

$$I_1 = \int_0^t x(t)\,dt; \quad I_2 = \int_0^t x^2(t)\,dt.$$

Большинство методов определения оптимальных параметров настройки регуляторов предусматривает решение задачи в два этапа.

1 этап. Определение области, соответствующей заданному запасу устойчивости. В качестве критерия оптимальности на этом этапе обычно используют показатель колебательности

$$M = \frac{|W(j\omega)|_{\max}}{|W(j\omega)|_0}, \qquad (2.124)$$

где $|W(j\omega)|_{\max}$ – максимум АЧХ замкнутой системы; $|W(j\omega)|_0$ – АЧХ замкнутой системы при ω = 0.

Обычно считается, что система обладает необходимым запасом устойчивости, если $M = 1{,}62 \div 1{,}29$.

2 этап. Определение в выделенной области оптимальных параметров настроек. В качестве критерия оптимальности на этом этапе используются интегральные критерии $\mathbf{I_1}$ и $\mathbf{I_2}$.

Для объектов высокого порядка расчёт регуляторов сопровождается сложными вычислениями. Для объектов первого порядка с запаздыванием расчёт может быть проведён с помощью специальных таблиц (см. табл. ниже) или по графикам.

Оптимальные значения параметров настройки регуляторов для объектов с самовыравниванием

Тип регулятора	Оптимальный переходный процесс: апериодический	колебательный с 20 %-м перерегулированием	с минимальной площади
П	$K_P = \dfrac{0,3}{K_{ОБ} \cdot \dfrac{\tau}{T}}$	$K_P = \dfrac{0,7}{K_{ОБ} \cdot \dfrac{\tau}{T}}$	$K_P = \dfrac{0,9}{K_{ОБ} \cdot \dfrac{\tau}{T}}$
ПИ	$K_P = \dfrac{0,6}{K_{ОБ} \cdot \dfrac{\tau}{T}}$ $T_И = 0,8 \cdot \tau \div 0,5 \cdot T$	$K_P = \dfrac{0,7}{K_{ОБ} \cdot \dfrac{\tau}{T}}$ $T_И = \tau \div 0,3 \cdot T$	$K_P = \dfrac{1,0}{K_{ОБ} \cdot \dfrac{\tau}{T}}$ $T_И = \tau \div 0,35 \cdot T$
ПИД	$K_P = \dfrac{0,95}{K_{ОБ} \cdot \dfrac{\tau}{T}}$ $T_И = 2,4 \cdot \tau$ $T_{ДИФ} = 0,4 \cdot \tau$	$K_P = \dfrac{1,2}{K_{ОБ} \cdot \dfrac{\tau}{T}}$ $T_И = 2,0 \cdot \tau$ $T_{ДИФ} = 0,4 \cdot \tau$	$K_P = \dfrac{1,4}{K_{ОБ} \cdot \dfrac{\tau}{T}}$ $T_И = 1,3 \cdot \tau$ $T_{ДИФ} = 0,5 \cdot \tau$

Построение переходных процессов. Построение переходных процессов в САУ, вызванных основными для данной системы воздействиями, является завершающим этапом исследования системы. Существуют две группы методов построения переходных процессов: аналитические и графические с использованием частотных характеристик.

Аналитические методы основаны на решении дифференциального уравнения системы. Общая методика решения дифференциальных уравнений приведена в разделе 2.2.5. В качестве конкретного примера рассмотрим построение переходного процесса по возмущающему воздействию при регулировании уровня ёмкости. САУ описывается следующими уравнениями.

Уравнение объекта –

$$T\,\frac{dH}{dt} + H = K_y S_y + K_B S_B. \tag{2.125}$$

Уравнение ПИ-регулятора –

$$P_y = -K_P\left(H + \frac{1}{T_И}\int_0^t H\,dt\right). \qquad (2.126)$$

Уравнение исполнительного механизма –

$$S_y = P_y. \qquad (2.127)$$

Подставляя значение S_y в уравнение (2.125), получим

$$T\,\frac{dH}{dt} + H + K_y K_P H + \frac{K_y K_P}{T_И}\int_0^t H\,dt = K_B S_B. \qquad (2.128)$$

После дифференцирования имеем уравнение системы регулирования

$$T\,\frac{d^2H}{dt^2} + (1 + K_y K_P)\frac{dH}{dt} + \frac{K_y K_P}{T_И}H = K_B\frac{dS_B}{dt}. \qquad (2.129)$$

Допустим, что в некоторый момент $t = 0$ возникло ступенчатое возмущение $S_B = 1$.

Начальные условия:

$$H\Big|_{t=0} = 0; \frac{dH}{dt}\Big|_{t=0} = \frac{K_B}{T}. \qquad (2.130)$$

Последнее условие получено из уравнения (2.128) при $t = 0$ и $S_B = 1$.

Характеристическое уравнение системы (2.129) имеет вид

$$T\,p^2 + (1 + K_y K_P)\cdot p + \frac{K_y K_P}{T_И} = 0. \qquad (2.131)$$

Корни уравнения (2.131) равны

$$p_{1,2} = \frac{-(1 + K_y K_P) \pm \sqrt{(1 + K_y K_P)^2 - 4T\,K_y K_P / T_И}}{2\cdot T}. \qquad (2.132)$$

Если корни $p_{1,2}$ вещественные, то решение дифференциального уравнения имеет вид

$$H = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t}. \qquad (2.133)$$

Постоянные интегрирования C_1 и C_2 определим из начальных условий.

При $t = 0$ из уравнения (2.133) имеем

$$0 = C_1 + C_2. \qquad (2.134)$$

Дифференцируя уравнение (2.133) при $t = 0$ имеем

$$\frac{K_B}{T} = C_1 p_1 + C_2 p_2. \qquad (2.135)$$

Из уравнений (2.134) и (2.135) определяем C_1 и C_2:

$$C_1 = -C_2 = \frac{K_B / T}{p_1 - p_2}. \qquad (2.136)$$

Подставляя значения C_1 и C_2 в уравнение (2.133), окончательно будем иметь решение в виде

$$H = \frac{K_B}{T(p_1 - p_2)} \cdot (e^{p_1 t} - e^{p_2 t}). \qquad (2.137)$$

По уравнению (2.137) может быть построен график переходного процесса (рис. 30).

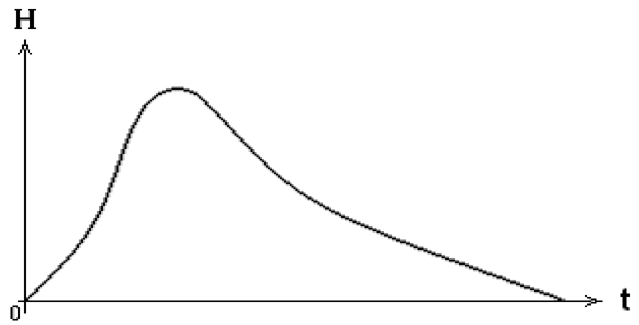


Рис. 30. График переходного процесса

Графические методы построения переходных процессов основаны на применении частотных характеристик.

Амплитудно-фазовую характеристику замкнутой САУ можно представить в виде

$$W_З(j\omega) = U_З(\omega) + jV_З(\omega). \qquad (2.138)$$

Переходная функция связана с действительной частотной характеристикой выражением

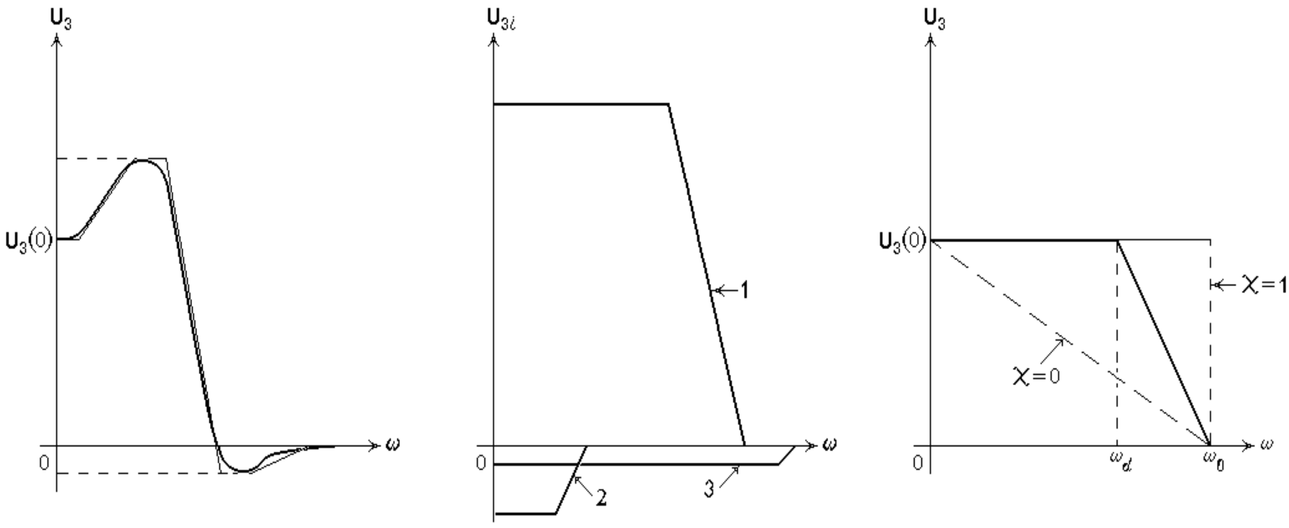
$$h(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^\infty \frac{U_З(\omega) \sin \omega \cdot t}{\omega} \cdot d\omega. \qquad (2.139)$$

С помощью выражения (2.139) можно построить искомую переходную функцию $h(t)$ путём графического нахождения входящих в неё интегралов по заданному графику частотной характеристики $U_з(\omega)$. Методика такого построения, разработанная В. В. Солодовниковым, называется *методом трапеции*. Действительную характеристику $U_з(\omega)$ заменяем ломаной линией (рис. 31, а). В результате $U_з(\omega)$ представляем алгебраической суммой нескольких трапеций $U_{з\,i}(\omega)$ (трапеции 1–3 на рис. 31, б). Соответственно искомую переходную характеристику $h(t)$ можно записать в виде алгебраической суммы нескольких составляющих, каждая из которых определяется одной из трапеций, т. е.

$$h(t) = \sum_{i=1}^{n} h_i(t), \qquad (2.140)$$

где

$$h_i(t) = \frac{2}{\pi} \cdot \int_0^{\infty} \frac{U_{3i}(\omega)\sin\omega \cdot t}{\omega} \cdot d\omega .$$



а. б. в.

Рис. 31. Построение переходной характеристики

Для характеристики, изображённой на рис. 31, а, получаются три трапеции: трапеция 1 входит в сумму (2.140) со знаком плюс, а трапеции 2 и 3 со знаком минус.

Построение отдельных составляющих $h_i(t)$ осуществляется с помощью специальных таблиц переходных функций $h(\tau)$, рассчитанных для нормированных трапеций. Нормированные трапеции имеют параметры $U_з(0) = 1$, $\omega_0 = 1$, и, таким образом, каждая характеризуется одним варьируемым параметром $\chi = \omega_d/\omega_0$, который может иметь значение от нуля (трапеция превращается в треугольник) до единицы (трапеция превращается в прямоугольник).

Для каждой составляющей характеристики находим три определяющих её параметра: высоту $U_{з\,i}(0)$ и частоты $\omega_{0\,i}$ и $\omega_{d\,i}$ (рис. 31, в). По значениям $\omega_{0\,i}$ и $\omega_{d\,i}$ вычисляем коэффициент $\chi_i = \omega_{d\,i}/\omega_{0\,\mathrm{i}}$ и в таблице находим соответствующую ему функцию $h_i(\tau)$. Искомую составляющую $h_i(t)$ получаем из этой функции путём умножения ординат $h_i(\tau)$ на величину $U_{з\,i}(0)$ и деления абсцисс τ на величину ω_0.

2.3 Нелинейные автоматические системы управления

Автоматическая система регулирования, в состав которой включены звенья, имеющие нелинейную статическую характеристику, называется нелинейной. В данном случае речь идёт о существенно нелинейных звеньях, статические характеристики которых не могут быть линеаризованы известными методами без потери их существенных особенностей. В настоящее время из всего многообразия нелинейных характеристик выделен класс существенно нелинейных, которые могут быть отнесены к типичным нелинейностям. Такие характеристики включают зоны нечувствительности, насыщения, гистерезиса и т. п. Существенно нелинейными могут быть характеристики различных звеньев системы регулирования: датчиков, исполнительных механизмов, регуляторов. Широкое применение в автоматизации производственных процессов получили нелинейные системы регулирования с регуляторами, имеющими релейную статическую характеристику. Это так называемые системы позиционного регулирования.

Сигнал на выходе позиционного регулятора в зависимости от величины входного сигнала может принимать одно из двух возможных постоянных значений $y_{\max}$ или $y_{\min}$. Последнее в частном случае может равняться нулю. На рис. 32 приведена релейная характеристика.

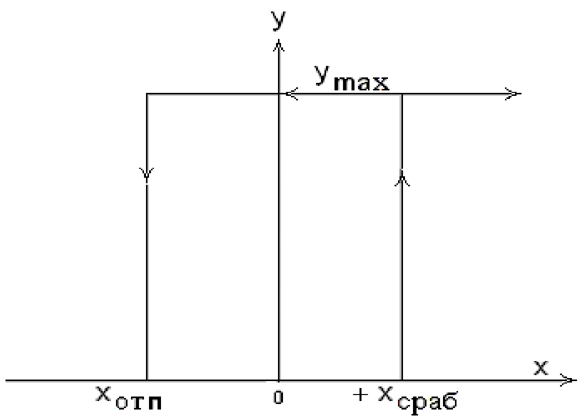
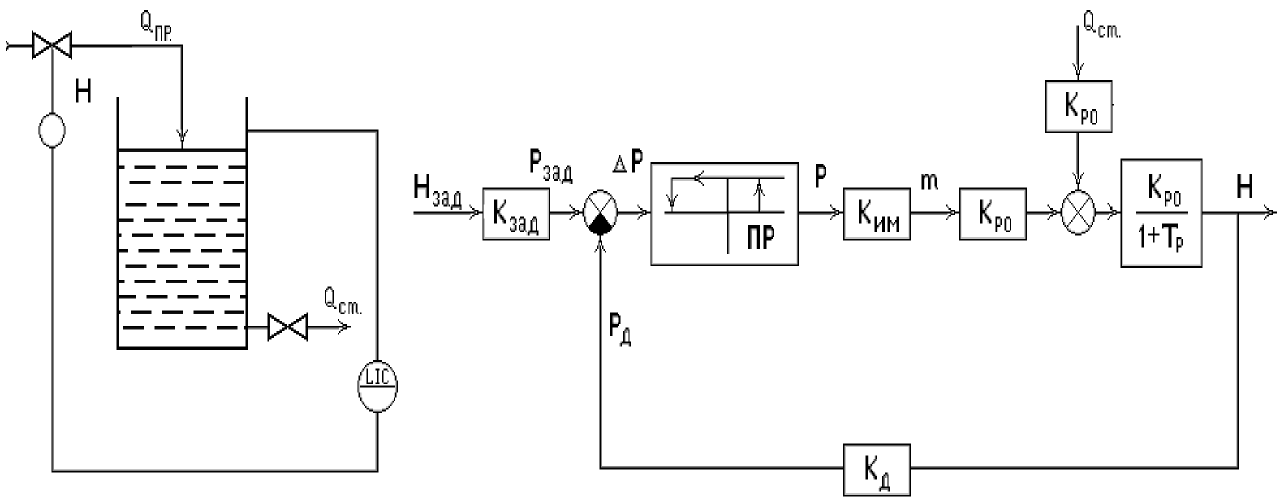


Рис. 32. Статистическая характеристика позиционного регулятора

При достижении входным сигналом величины порога срабатывания $x_{СРАБ}$ выходной сигнал изменяется скачкообразно от минимального $y_{\min}$ до максимального $y_{\max}$ значения. При дальнейшем увеличении входного сигнала выходная величина не изменяется, сохраняя своё максимальное значение $y_{\max}$. Если теперь уменьшать входной сигнал, то при достижении им порога отпускания $x_{ОТП}$ выходной сигнал уменьшится скачком до минимальной величины $y_{\min}$. Разность $\Delta x = x_{сраб} - x_{опт}$ называют *зоной неоднозначности*. Характеристику, подобную изображённой на рис. 32, имеет позиционный пневматический регулятор системы «Старт» ПР 1.5. Последняя модификация этого регулятора ПР 1.6 позволяла изменять величину зоны неоднозначности.

В качестве примера рассмотрим работу автоматической системы регулирования уровня жидкости в ёмкости с позиционным регулятором ПР 1.6, функциональная и структурная схемы которой показаны на рис. 33.



а. б.

Рис. 33. Автоматическая система регулирования уровня с позиционным регулятором: а. – функциональная схема; б. – структурная схема

Проиллюстрируем работу системы регулирования графиками. Когда уровень жидкости в ёмкости в результате стока упадёт ниже заданного значения $H_{ЗАД}$ и величина ошибки регулирования $\Delta p = -(K_{ЗАД}H_{ЗАД} - K_Д H) = -(p_{ЗАД} - p_Д)$ достигает значения $x_{СРАБ} = p_{СРАБ}$, где $K_{ЗАД}$ – коэффициент усиления задающего устройства, сигнал на выходе регулятора примет в соответствии с его статической характеристикой своё максимальное значение $y_{\max} = p_{\max}$. В результате этого клапан подачи жидкости в ёмкость полностью откроется и расход жидкости на входе в ёмкость достигнет своего максимального значения $Q_{ПР.\max}$. Так как максимальное значение расхода на притоке $Q_{ПР.\max}$ выбирают большим, чем номинальное значение расхода на стоке $Q_{СТ.0}$, то уровень будет возрастать и к моменту времени t_1 превысит заданное значение. При этом сигнал на входе регулятора достигнет порога отпускания $x_{ОПТ} = p_{ОПТ}$. В соответствии со статической характеристикой регулятора сигнал на его выходе примет своё минимальное значение $y_{\min} = p_{\min} = 0$. Это приведёт к закрытию клапана подачи на притоке и к уменьшению расхода через него до нуля. Под действием расхода на стоке уровень начинает падать до момента t_2, после чего все процессы повторяются. Соответствующие переходные процессы приведены на рис. 34.

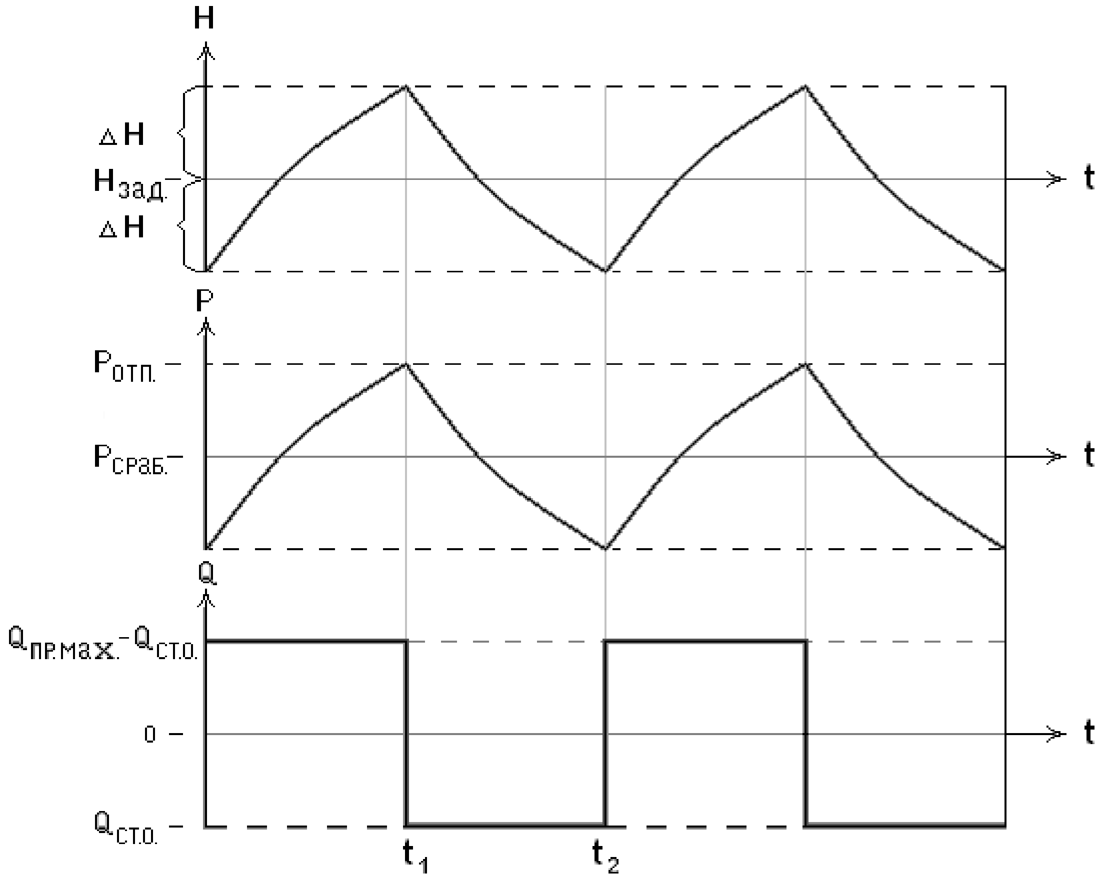


Рис. 34. Переходные процессы в автоматической системе регулирования с позиционным регулятором

В установившемся состоянии, что имеет место при постоянном расходе жидкости на стоке, в автоматической системе регулирования с позиционным регулятором возникают автоколебания регулируемой величины относительно её заданного значения. Диапазон колебаний регулируемой величины $2\Delta H$ и период колебаний T_K можно изменять, меняя параметры статической характеристики регулятора ($P_{СРАБ}$ и $P_{ОПТ}$).

Если по условиям технологии необходимо строго поддерживать заданное значение регулируемой величины, то применяют линейные системы регулирования с непрерывными регуляторами. Если же допустимы колебания регулируемой величины в пределах $\pm\Delta$, то предпочтение отдаётся более простым и дешёвым позиционным регуляторам.

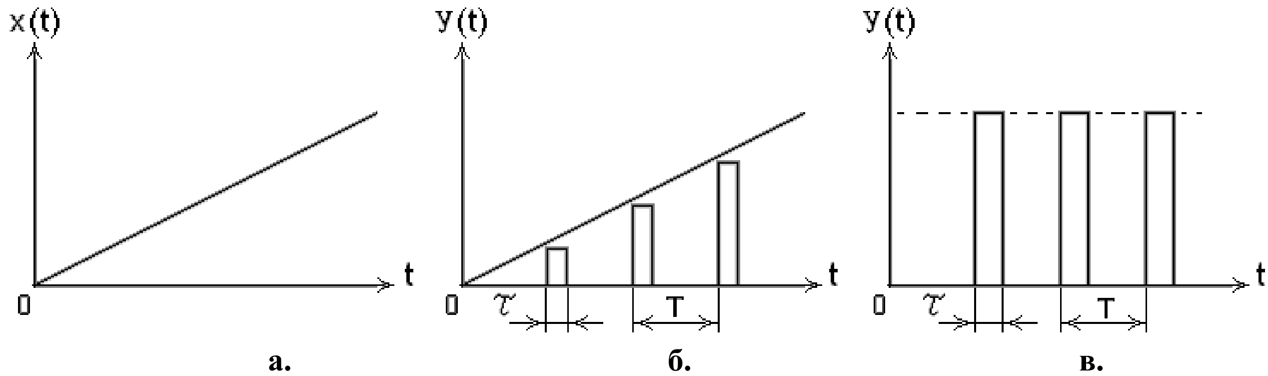
2.4 Дискретные автоматические системы управления

В автоматических системах управления применяются два основных способа передачи и преобразования сигналов – непрерывный и дискретный. При непрерывном способе передаётся и преобразуется каждое мгновенное значение сигнала, а при дискретном – сигнал, квантованный по времени или уровню.

Различают три вида квантования сигналов – по времени, по уровню и одновременно по времени и уровню. Автоматические системы управления, в которых имеет место процесс квантования сигналов по времени, называются *импульсными*. Системами, в которых осуществляется квантование по уровню, являются *релейные* (позиционные) автоматические системы управления. Системы, в которых происходит процесс квантования сигналов по времени и уровню, называются *цифровыми* автоматическими системами управления.

Работа дискретных систем связана с передачей и преобразованием последовательности импульсов. Разработка методов расчёта дискретных систем регулирования связана в первую очередь с применением цифровых вычислительных устройств в контуре управления. Информация, обрабатываемая в цифровых вычислительных устройствах, представляет комбинации электрических импульсов, или так называемые кодовые комбинации. При использовании цифровой вычислительной машины в качестве регулятора необходимо предусмотреть в составе системы регулирования устройства, преобразующие непрерывные сигналы в кодовые комбинации для ввода в УВМ, а также устройства, преобразующие коды в непрерывные сигналы для вывода управляющих воздействий из УВМ. Таким образом, структура дискретной системы – это сочетание аналоговой части и импульсного элемента.

Импульсный элемент представляет собой модулятор импульсов, преобразующий непрерывно изменяющийся входной сигнал **x(t)** в последовательность модулированных импульсов **y(t)**. Различные виды модуляции приведены на рис. 35. При амплитудно-импульсной модуляции **АИМ** непрерывный сигнал преобразуется в последовательность импульсов постоянной длительности τ и периода следования **T**, амплитуда которых пропорциональна амплитуде непрерывного сигнала.



а. б. в.

Рис. 35. Входной и выходной сигналы импульсных элементов различных типов: а. – входной сигнал; б. – выходной сигнал импульсного элемента с АИМ; в. – выходной сигнал импульсного элемента с ШИМ

При широтно-импульсной модуляции **ШИМ** непрерывный входной сигнал преобразуется в последовательность импульсов постоянной амплитуды и периода следования, длительность которых пропорциональна величине входного сигнала.

Наличие в структуре дискретной системы импульсного элемента приводит к тому, что любая дискретная система реагирует на внешнее непрерывное воздействие лишь в дискретные равноотстоящие друг от друга моменты времени. При анализе дискретных систем непрерывную функцию времени **f(t)** заменяют решётчатой функцией **f[nT]**, значения которой изменяются при дискретных равноотстоящих значениях независимо переменной **t**. Между этими значениями решётчатая функция равна нулю (рис. 36).

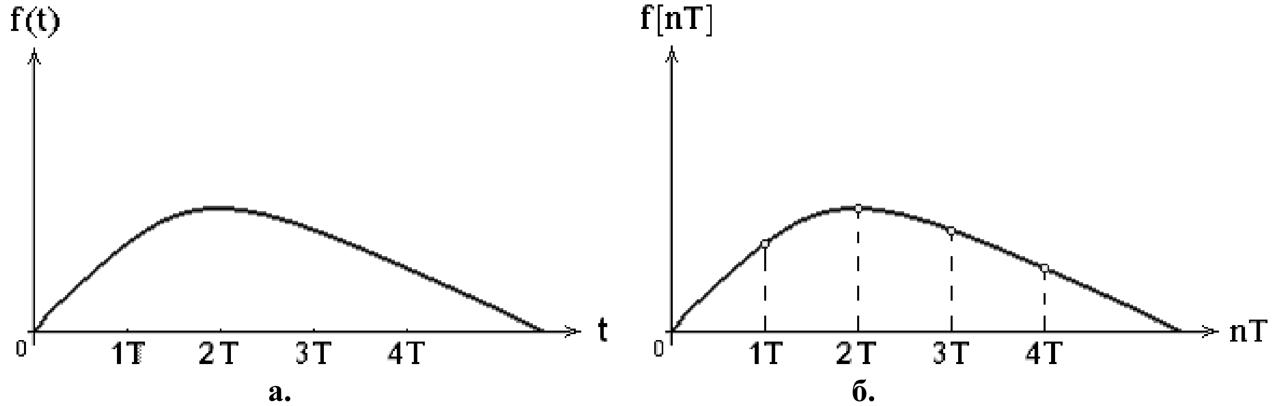


Рис. 36. Виды функций: а. – непрерывная; б. – решётчатая

Подобно тому, как скорость изменения непрерывной функции характеризуется первой производной $\frac{df}{dt}$, скорость изменения решётчатой функции характеризуется её первой разностью

$$\frac{\Delta f\cdot[nT]}{T}=\frac{f\cdot[T(n+1)]-f\cdot[nT]}{T}. \tag{2.141}$$

Умножив левую и правую части на **T**, получим

$$\Delta f\cdot[nT]=f\cdot[T(n+1)]-f\cdot[nT]. \tag{2.142}$$

Аналогично вторая разность

$$\begin{aligned}\Delta^2 f\cdot[nT]&=\Delta f\cdot[T(n+1)]-\Delta f\cdot[nT]=f\cdot[T(n+2)]-f\cdot[T(n+1)]-\\&-f\cdot[T(n+1)]+f\cdot[nT]=f\cdot[T(n+2)]-2f\cdot[T(n+1)]+f\cdot[Tn].\end{aligned} \tag{2.143}$$

Если работа непрерывных систем описывалась обыкновенными дифференциальными уравнениями, содержащими функцию и её производные, то работа дискретных систем описывается уравнением в конечных разностях, или разностным уравнением, которое содержит решётчатую функцию и её разности.

Апериодическое звено 1-го порядка в непрерывных системах описывается дифференциальным уравнением вида

$$a\cdot\frac{dy(t)}{dt}+y(t)=K\cdot x[nT]. \tag{2.144}$$

В дискретных системах это звено описывается разностным уравнением вида

$$a\,y[T(n+1)]-a\,y[Tn]+y[Tn]=K\,x[Tn]. \tag{2.145}$$

Методы решения разностных и дифференциальных уравнений аналогичны. Для решения обыкновенных дифференциальных уравнений при расчёте непрерывных систем широко применяется операторный метод, основанный на преобразованиях Лапласа. Для решения разностных уравнений применяют аналогичный метод, основанный на дискретных преобразованиях Лапласа.

2.5 Оптимальные автоматические системы управления

В обычных автоматических системах управления требуемое значение управляемой величины задавалось заранее либо постоянным (в системах стабилизации), либо изменяющимся по заданной программе во время (системы программного управления). Оптимальные системы управления сами ищут наивыгоднейшую программу, т. е. значение управляемой величины, которое нужно в данный момент выдерживать, чтобы режим работы управляемого объекта был оптимальным (наивыгоднейшим). Обязательным условием оптимальной системы управления является наличие экстремума (максимума или минимума). Поэтому эти системы иногда называют *экстремальными по оптимизируемому параметру*. Эта характеристика представляет собой зависимость оптимизируемого параметра от управляемой величины. Экстремальной, например, является зависимость расхода горючего **Q** в двигателе от скорости его вращения **n** при постоянной нагрузке M_i. Для широкого диапазона нагрузок возьмём семейство экстремальных характеристик, каждая из которых имеет свой экстремум Q_i (рис. 37).

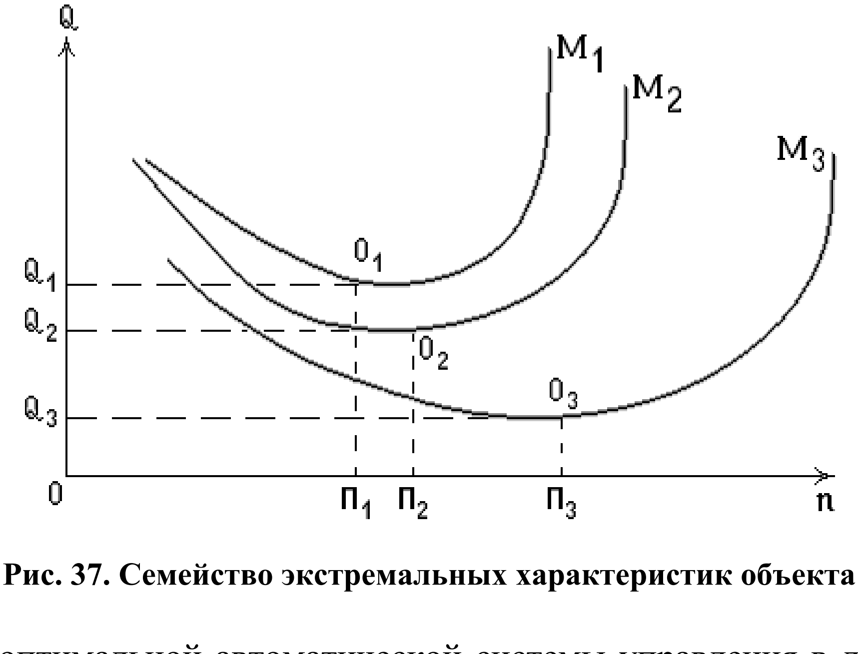


Рис. 37. Семейство экстремальных характеристик объекта

Задачей оптимальной автоматической системы управления в данном случае является обеспечение минимального расхода горючего Q при различных нагрузках двигателя M_i. Устройство автоматического поиска экстремума, называемое оптимизатором, ищет минимальное значение расхода горючего при данной нагрузке (например, расход $Q_з$ при нагрузке $M_з$) и определяет значение управляющего воздействия $n_з$, которое обеспечивает требуемый оптимум. Сигнал с выхода оптимизатора n_i может быть подан в виде задания регулятору (рис. 38).

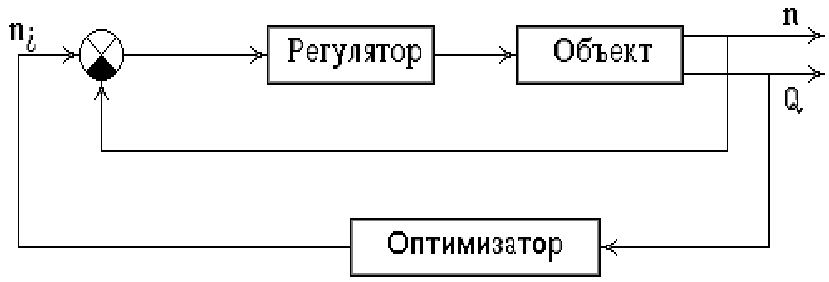


Рис. 38. Структурная схема автоматической системы оптимального регулирования

Оптимизаторы отличаются друг от друга способом поиска экстремума. Один из них называется *способом последовательных шагов* (рис. 39).

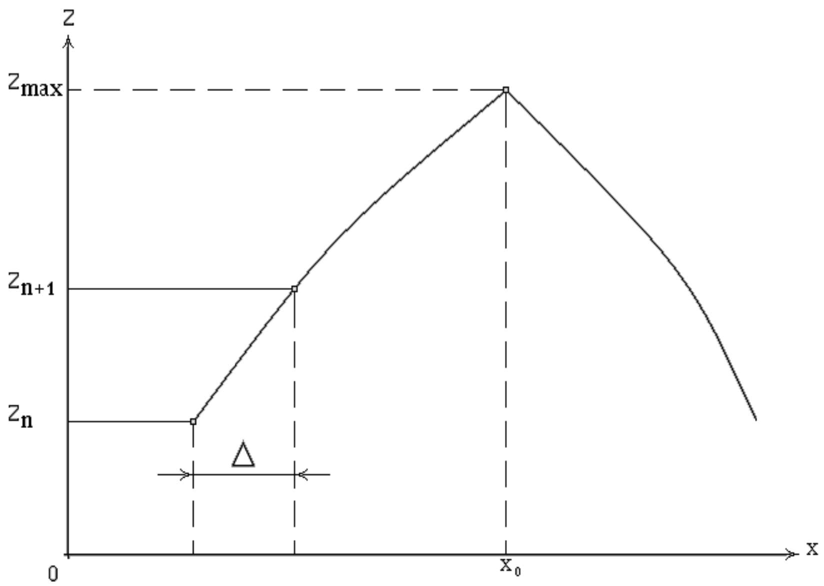


Рис. 39. Поиск максимума методом последовательных шагов

Пусть ищется максимум экстремальной характеристики. Сначала даётся принудительное изменение величины x в какую-либо сторону на Δ. Если получившаяся разность $z_{n+1} - z_n > 0$, то дают новое приращение на величину Δ в ту же сторону. Если $z_{n+1} - z_n < 0$, то производится переключение направления изменения x в обратную сторону на такой же шаг Δ и т. п. В результате система будет колебаться около точки экстремума x_0. Существуют и другие способы поиска экстремума. Итак, оптимальные системы управления отличаются от обычных тем, что в них производится автоматическая настройка требуемого значения параметра.

2.6 Адаптивные автоматические системы управления

Расчёт автоматических систем управления производится в предположении, что параметры объекта заранее известны и в процессе эксплуатации не меняются. При этом определяют параметры настройки регулятора по соображениям желаемого качества регулирования, которые в дальнейшем не меняют.

На практике во многих случаях параметры объекта в процессе эксплуатации могут меняться. Так, в теплообменных аппаратах в результате образования накипи может изменяться теплоотдача. Если этот факт в дальнейшем не учитывать и оставить параметры настройки регулятора без изменения, то качество регулирования может со временем сильно отличаться от желаемого. Поэтому в составе системы управления желательно предусмотреть устройство, которое изменяло бы параметры настройки регулятора при изменении параметров объекта таким образом, чтобы качество регулирования не менялось. Система с таким устройством как бы приспосабливается (адаптируется) к изменяющимся условиям функционирования. Поэтому подобные системы называются *адаптивными*. Адаптивная система представляет собой обычную автоматическую систему управления, дополненную устройством адаптации, или самонастройки (рис. 40).

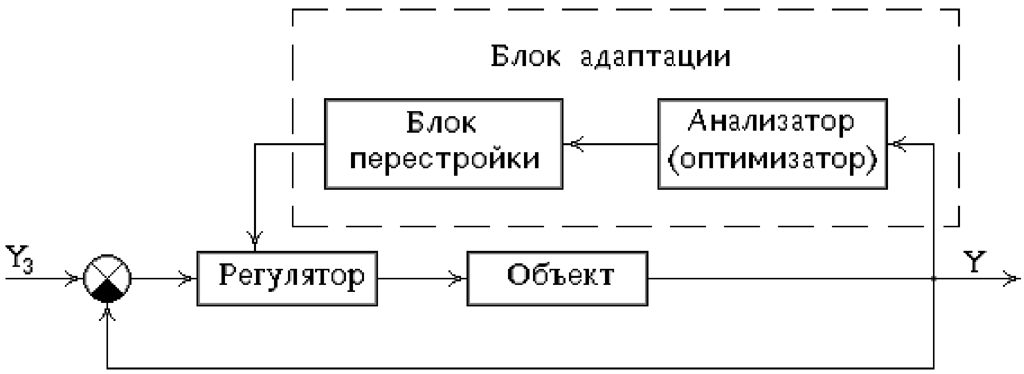


Рис. 40. Структурная схема адаптивной автоматической системы регулирования

Анализатор, входящий в состав блока адаптации, сравнивает текущие значения показателей качества системы управления с желаемыми и вырабатывает воздействие на блок перенастройки. В зависимости от сложности блока адаптации могут решаться различные задачи, начиная от изменения коэффициентов настройки регулятора и перемены структуры системы до её самообучения в случае применения цифровых вычислительных машин.

Контрольные вопросы

1. Расскажите об основных составных элементах автоматической системы управления.
2. Какие основные принципы управления используются в автоматических системах управления?
3. Приведите классификацию автоматических систем управления по характеру действия. В чём их главное отличие?
4. Объясните методы математического моделирования объектов управления.

5. Что такое переходные характеристики звеньев автоматической системы управления?
6. Как получить частотные характеристики объекта управления?
7. Для чего используется операционное исчисление?
8. Что называется передаточной функцией динамической системы (звена)?
9. Дайте определение амплитудно-фазовой частотной характеристики.
10. В чём различие амплитудной и фазовой частотных характеристик?
11. Какие типовые динамические звенья Вы знаете?
12. Изобразите структурную схему одноконтурной автоматической системы управления.
13. Что понимают под устойчивостью автоматической системы управления?
14. Какие критерии устойчивости используются для оценки автоматических систем управления?
15. Расскажите о критериях устойчивости Рауса – Гурвица и Г. Найквиста. Когда их лучше применять?
16. Назовите основные показатели для оценки качества регулирования.
17. Расскажите о типовых промышленных законах регулирования. Чем отличается П-закон от ПИ-закона регулирования?
18. Как выбирается автоматический регулятор?
19. Как рассчитать оптимальные динамические параметры настройки автоматического регулятора?
20. Изложите методику расчёта переходных процессов в замкнутой автоматической системе управления.
21. Что такое нелинейные автоматические системы управления? В чём их отличие от линейных автоматических систем управления?
22. Объясните принцип работы дискретной автоматической системы управления.
23. Расскажите об оптимальных автоматических системах управления.
24. С какой целью используются адаптивные автоматические системы управления?

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

Основная учебная литература

1. *Бесекерский, В. А.* Теория систем автоматического регулирования [Текст] / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – Москва : Наука, 2003. – 768 с.

Дополнительная учебная, учебно-методическая литература

1. Ерофеев, А. А. Теория автоматического управления [Текст] : учеб. для студ. вузов, обучающихся по направлениям «Автоматизация и управление», «Системный анализ и управление» / А. А. Ерофеев. – 2-е изд., перераб. и доп. – Санкт-Петербург : Политехника, 2003. – 302 с.
2. Корнеев, Н. В. Теория автоматического управления с практикумом [Текст] : учеб. пособие для студ. вузов, обучающихся по спец. «Автомобиле- и тракторостроение» / Н. В. Корнеев, Ю. С. Кустарев, Ю. Я. Морговский. – Москва : Академия, 2008. – 224 с. – (Высшее профессиональное образование).
3. Методы и технические средства автоматизации [Текст] : учебно-методический комплекс по дисциплине для направления подготовки дипломированных специалистов 651600 «Технологические машины и оборудование» спец. 150405 «Машины и оборудование лесного комплекса» / Федеральное агентство по образованию, Сыкт. лесн. ин-т (фил.), С.-Петерб. гос. лесотехн. акад., Каф. электроэнергетики ; сост. К. Ф. Майер. – Сыктывкар : СЛИ, 2006. – 96 с.
4. Подчукаев, В. А. Теория автоматического управления (аналитические методы) [Электронный ресурс] : [учебник для студентов вузов] / В. А. Подчукаев ; Университетская библиотека онлайн (ЭБС). – Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 198 с. – Режим доступа: http://www.biblioclub.ru/book/76606/.
5. Системы управления химико-технологическими процессами. Самостоятельная работа студентов [Текст] : метод. указ. для подготовки дипломированного специалиста 655000 «Химическая технология органических веществ и топлива», спец. 240406 «Технология химической переработки древесины» / Федеральное агентство по образованию, Сыкт. лесн. ин-т – фил. ГОУ ВПО «С.-Петерб. гос. лесотехн. акад. им. С. М. Кирова», Каф. автоматизации технол. процессов и производств ; сост. Н. А. Секушин. – Сыктывкар : СЛИ, 2008. – 36 с.

Дополнительная литература

1. Технология и оборудование лесозаготовительного, деревообрабатывающего и целлюлозно-бумажного производства [Текст] : реферативный журнал : отдельный выпуск. – Выходит ежемесячно.
2. Химическая промышленность сегодня [Текст]. – Выходит ежемесячно.
3. Химическая технология [Текст] : производственный, научно-технический, информационно-аналитический и учебно-методический журнал. – Выходит ежемесячно.
4. Химия и химическая технология [Текст] : научно-технический журнал. Известия вузов/ Ивановский гос. химико-технолог. ун-т. – Выходит ежемесячно.
5. Целлюлоза. Бумага. Картон [Текст]. – Выходит 10 раз в год.

Учебное издание

Тер-Барсегов Олег Николаевич, преподаватель,
Кочергин Сергей Михайлович, ст. преподаватель

СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

Сан.-эпид. заключение № 11.РЦ.09.953.П.000015.01.09

Подписано в печать 18.03.13. Формат 60 × 90 1/16. Уч.-изд. л. 3,3. Усл. печ. л. 3,5.
Тираж 40. Заказ №   .

Сыктывкарский лесной институт (филиал) федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Санкт-Петербургский государственный лесотехнический университет имени С. М. Кирова» (СЛИ),
167982, г. Сыктывкар, ул. Ленина, 39, institut@sfi.komi.com, www.sli.komi.com

Редакционно-издательский отдел СЛИ.
Отпечатано в СЛИ.